Письма в ЖЭТФ, том 32, вып.2, стр. 129 – 132 *20 июля 1980 г.*

ВКЛАД ПОВЕРХНОСТНЫХ ФЛУКТУАЦИЙ В СВОБОДНУЮ ЭНЕРГИЮ ЖИДКОГО ^{3}He

Ю.Б.Иванов

Вычислен вклад поверхностных флуктуаций в свободную энергию нормального жидкого ^{3}He. Предсказана зависимость коэффициента поверхностного натяжения от температуры в области низких температур.

Как известно, температурное поведение поверхностного натяжения ^{4}He при низких температурах полностью определяется свободной энергией капиллярных волн [1]. В нормальном жидком ^{3}He поверхностных колебаний такого типа не существует. При нулевой температуре ($T = 0$) поверхностные колебания в ферми-жидкости являются чисто диффузионной модой вследствие механизма затухания Ландау. Их спектр чисто затухающий: $\omega(\mathbf{k}) = -i\,\dfrac{4\delta_0}{3\rho_0 p_F}k^2$. Здесь мы рассматриваем полубесконечную ферми-жидкость, где $\mathbf{k}$ – двумерный волновой вектор вдоль поверхности системы, лежащей в плоскости zy, ось x перпендикулярна поверхности, δ_0, ρ_0, p_F – коэффициент поверхностного натяжения, плотность и импульс Ферми соответственно. Мы вычислим вклад этих поверхностных флуктуаций в свободную энергию при низких температурах с помощью метода, предложенного Ларкиным и Мельниковым в работе [2].

Полюсная часть амплитуды рассеяния, связанная с обменом поверхностным возбуждением, имеет вид [3]

$$\Gamma_s(x, x', \mathbf{k}, \omega) = \frac{\Omega(x, \mathbf{k})\,\Omega(x', \mathbf{k})}{(\Omega_k^+ \Omega_k) - (\Omega_k A(k, \omega)\,\Omega_k)}, \tag{1}$$

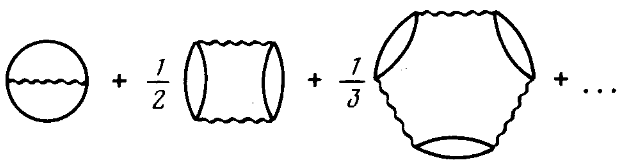
где $\Omega_k = \Omega(x, \mathbf{k})$ – амплитуда рождения возбуждения, удовлетворяющая уравнению

$$\Omega_k = (F_k A(\mathbf{k}, \omega_k)\,\Omega_k), \tag{2}$$

$$A(x, x', \mathbf{k}, \omega) = \int d^2(r_\perp - r'_\perp) \exp\{-i\mathbf{k}(\mathbf{r}_\perp - \mathbf{r}'_\perp)\} \int \frac{d\epsilon}{2\pi i}\, G\left(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \epsilon + \frac{\omega}{2}\right) \times$$

$$\times\, G\left(\mathbf{r}', \mathbf{r}, \epsilon - \frac{\omega}{2}\right) \tag{3}$$

$\mathbf{k}$ – гармоника частично-дырочного пропагатора, F_k – $\mathbf{k}$-гармоника эффективного взаимодействия квазичастиц, определенная аналогично (3), Ω_k^+ – переходная плотность, соответствующая амплитуде Ω_k и удовлетворяющая уравнению сопряженному к (2), $\mathbf{r}_\perp = \{0, y, z\}$. Скобки в (1), (2) и далее означают интегрирование по всем промежуточным x-координатам.



Для того, чтобы вычислить вклад поверхностных возбуждений в свободную энергию согласно [2], надо просуммировать ряд кольцевых диаграмм, изображенных на рисунке, где под волнистой линией понимается k-тый предел амплитуды: $\Gamma_s(x, x', k, 0)$, а под частично-дырочной петлей (GG) – зависящая от частоты часть пропагатора: $[A(\mathbf{k}, \omega) - A(\mathbf{k}, 0)]$.

$$\delta F_s = \frac{1}{2}\Gamma \int \frac{d^2k}{(2\pi)^2}\; T \sum_n \ln\left\{1 - \frac{(\Omega_k[A(\mathbf{k}, \omega_n) - A(\mathbf{k}, 0)]\,\Omega_k)}{(\Omega_k^+ \Omega_k) - (\Omega_k A(\mathbf{k}, 0)\,\Omega_k)}\right\}, \tag{4}$$

где $\omega_n = 2\pi i n T$, Γ – площадь поверхности системы. Из выражения (4) следует вычесть часть не зависящую от температуры. Поэтому мы сразу будем вычислять добавку к энтропии $\delta S_s = -\partial(\delta F_s)/\partial T$. Вычисление суммы по n в (4) производится стандартным образом с помощью замены суммирования контурным интегрированием по $d\omega$. При этом основной вклад в интеграл вносится областью частот $|\omega| \lesssim T \ll \epsilon_F$, в которой

$$(\Omega_k^+ \Omega_k) - (\Omega_k A (\mathbf{k}, \omega) \Omega_k) \approx -\delta_0 k^2 + i \frac{3}{4} \rho_0 p_F \, \omega \, \mathrm{sgn} (\mathrm{Im} \, \omega). \tag{5}$$

Используя выражение (5), энтропию δS_s можно представить в виде

$$\delta S_s = \frac{\Gamma}{(4\pi)^2} \int_0^{k_D^2} dk^2 \int_0^\infty \frac{z}{\mathrm{sh}^2 \frac{z}{2}} \operatorname{arctg} \frac{Tz}{|\omega(k)|} \, dz . \tag{6}$$

Так как интеграл по dk^2 расходится на верхнем пределе, то в (34) введено обрезание при $k_D \sim p_F$, типа дебаевского. Это обрезание физически оправдано, так как не существует деформаций поверхности с периодом меньше, чем расстояние между частицами $r_a \sim 1/p_F$. Полученная расходимость связана с тем, что разложение (5), использованное нами, справедливо лишь при $k \ll p_F$. Корректное определение $(\Omega_k A(k,\omega)\Omega_k)$ при $k \sim p_F$ позволило бы нам рассчитать k_D (а вместе с ним и спектр флуктуаций ω (k) при больших k). В нашем же случае мы вынуждены считать k_D феноменологическим параметром.

После выполнения интегрирований в выражении (34) получаем выражение для поправки к коэффициенту поверхностного натяжения $\delta \sigma_s$: : $\delta S_s = \Gamma \, d(\delta \sigma_s) / dT$, при низких температурах $T \ll \epsilon_F$:

$$\delta \sigma_s (T) = \frac{1}{32} \frac{\rho_0 p_F}{\sigma_0} T^2 \ln (T/\Theta_D), \tag{7}$$

где $\Theta_D = \frac{4}{3} \frac{\sigma_0}{\rho_0 \, p_F} k_D^2$. Видно, что вклад поверхностных возбуждений (7) приводит к более резкой зависимости от T, чем "ферми-газовый" вклад $\sim T^2$, и является доминирующим при низких температурах. Таким образом, при $T \ll \epsilon_F$ коэффициент поверхностного натяжения нормального ^{3}He ведет себя следующим образом

$$\sigma (T) = \sigma_0 \left[1 + \frac{1}{32} \frac{\rho_0 p_F}{\sigma_0^2} T^2 \ln (T/\Theta_D) \right]. \tag{8}$$

Такая зависимость $\sigma(T)$, по-видимому, должна проявляться при $T < 0{,}1°$, где жидкий ^{3}He хорошо описывается теорией Ландау. Существующие экспериментальные данные [4] не позволяют проверить справедливость полученного закона.

В заключение автор выражает искреннюю признательность А.М.Дюгаеву и В.А.Ходелю за полезные обсуждения.

Институт атомной энергии
им. И.В.Курчатова

Поступила в редакцию
9 июня 1980 г.

Литература

[1] K.R.Atkins. Can. J.Phys., 31, 1165, 1953.

[2] А.И.Ларкин, В.И.Мельников. Письма в ЖЭТФ, 20, 386, 1974.

[3] А.Б.Мигдал. Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер, М., изд. Наука, 1965.

[4] К.Н.Зиновьева. ЖЭТФ, 28, 125, 1955; 29, 899, 1955.