Письма в ЖЭТФ, том 32, вып. 2, стр. 143 – 146 *20 июля 1980 г.*

СВЕРХТЕКУЧЕСТЬ ВАКУУМА ВБЛИЗИ АНИЗОТРОПНОЙ СИГНУЛЯРНОСТИ: НОВЫЙ ФАЗОВЫЙ ПЕРЕХОД

А. А. Гриб, С. Г. Мамаев, В. М. Мостепаненко

Рассмотрено квантованное скалярное поле с самодействием $\lambda\phi^4$ в анизотропном пространстве-времени. Показано, что при достаточно большой анизотропии имеет место фазовый переход, приводящий к образованию конденсата с плотностью энергии $\sim -1/\lambda t^4$.

В работах [1, 2] (см. также [3]) изучены квантовые эффекты рождения частиц и поляризации вакуума свободного скалярного поля массы m в анизотропном пространстве-времени типа I по Бьянки с метрикой

$$ds^2 = dt^2 - \sum_{a=1}^{3} a_a^2(t)(dx^a)^2. \qquad (1)$$

В данной работе показано, что для поля с самодействием при достаточно большой анизотропии в этой метрике происходит вакуумный фазовый переход, аналогичный переходу бозе-жидкости в сверхтекучее состояние. Эффект наступает при $Q > m^2$, где Q – параметр анизотропии метрики (1):

$$Q = \frac{1}{18}[(h_1 - h_2)^2 + (h_2 - h_3)^2 + (h_3 - h_1)^2] \qquad (2)$$

($h_\alpha = \dot{a}_\alpha / a_\alpha$ — параметры Хаббла).

Свободное квантованное поле в метрике (1) можно описать в терминах квазичастиц, которым соответствуют гейзенберговские операторы рождения $c_{\mathbf{k}}^{(+)}(t)$ и уничтожения $c_{\mathbf{k}}^{(-)}(t)$. Оператор поля есть

$$\phi(x) = \frac{1}{(2\pi v)^{3/2}} \int \frac{d^3k}{\sqrt{2\omega}} \left[e^{i\mathbf{kx}} c_{\mathbf{k}}^{(-)}(t) + e^{-i\mathbf{kx}} c_{\mathbf{k}}^{(+)}(t) \right], \qquad (3)$$

где ω — одночастичная энергия, $v = (a_1 a_2 a_3)^{1/3}$. Выбор операторов $c_{\mathbf{k}}^{(\pm)}(t)$ определяется требованием диагональности мгновенного гамильтониана (построенного по метрическому тензору энергии-импульса) для всех t [4].

$$H(t) = \frac{1}{2} \int d^3k\, \omega_{\mathbf{k}}(t) [c_{\mathbf{k}}^{(+)}(t) c_{\mathbf{k}}^{(-)}(t) + c_{\mathbf{k}}^{(-)}(t) c_{\mathbf{k}}^{(+)}(t)],$$

причем, как легко убедиться,

$$\omega_{\mathbf{k}}^2(t) = \mathrm{p}^2(t) + m^2 - Q(t), \qquad (4)$$

где $p_\alpha(t) = k_\alpha / a_\alpha(t)$ — компоненты физического импульса.

Эволюцию операторов $c_{\mathbf{k}}^{(\pm)}(t)$ можно представить зависящим от времени боголюбовским преобразованием

$$c_{\mathbf{k}}^{(-)}(t) = \alpha_{\mathbf{k}}(t) c_{\mathbf{k}}^{(-)}(-\infty) + \beta_{\mathbf{k}}(t) c_{-\mathbf{k}}^{(+)}(-\infty)$$

(предполагается, что $a_\alpha \to \mathrm{const}$, $Q \to 0$ при $t \to -\infty$).

Условие диагональности гамильтониана выполнено при

$$\beta_{\mathbf{k}}(t) = \frac{i}{2} \sqrt{\frac{v}{\omega_{\mathbf{k}}}} (\dot{g}_{\mathbf{k}} + i\omega_{\mathbf{k}} g_{\mathbf{k}}), \qquad (5)$$

где $g_{\mathbf{k}}(t)$ — решение уравнения, получающегося из уравнения Клейна — Гордона — Фока после отделения пространственных переменных

$$\frac{1}{v} \frac{d}{dt} \left(v \frac{dg_{\mathbf{k}}}{dt} \right) + (\omega_{\mathbf{k}}^2 + 2Q) g_{\mathbf{k}} = 0,$$

ведущее себя как $(\omega_{\mathbf{k}} v)^{-1/2} \exp(i\omega_{\mathbf{k}} t)$ при $t \to -\infty$.

Рассмотрим состояние, вакуумное при $t \to -\infty$: $c_{\mathbf{k}}^{(-)}(-\infty)|0\rangle = 0$. Число квазичастиц в моде $\mathbf{k}$ в момент t есть $n_{\mathbf{k}} = |\beta_{\mathbf{k}}(t)|^2$. Из (4) очевидно, что когда параметр анизотропии (2) достигает порогового значения $Q^* = m^2$ энергия квазичастиц с $\mathrm{p} = 0$ обращается в нуль. При этом, согласно (5), $n_{\mathbf{k}=0} \to \infty$, т. е. образуется бозе-конденсат. Это аналогично явлению пионной конденсации в сильном внешнем поле [5]. Энергия квазичастиц при $Q = m^2$ имеет линейную зависимость от импульса $\omega_{\mathbf{k}} = |\mathbf{p}|$, что позволяет интерпретировать это явление как фазовый переход вакуума $|0>$ в "сверхтекучее" состояние.

Вблизи порога операторы $c_0^{(\pm)}$ можно считать c-числами. Введем вместо них канонические переменные

$$q = (c_0^{(+)} + c_0^{(-)})/\sqrt{2\omega_0}, \quad p = i(c_0^{(+)} - c_0^{(-)})\sqrt{\omega_0/2}, \tag{6}$$

в терминах которых энергия моды с $\mathbf{k} = 0$ принимает вид

$$H_0(t) = \frac{1}{2}(p^2 + \omega_0^2 q^2), \tag{7}$$

Для непротиворечивого описания ситуации за порогом необходимо учесть, подобно [5], самодействие поля вида $\lambda\phi^4$. Согласно (3), (6) c-числовую часть оператора поля, соответствующую конденсатной моде, можно записать как $\phi_0 = qv^{-3/2}$. Тогда гамильтониан конденсата примет вид

$$H_c(t) = \frac{1}{2}p^2 + V(q), \quad V(q) = \frac{1}{2}\omega_0^2 q^2 + \lambda v^{-3} q^4.$$

За порогом $\omega_0^2 = m^2 - Q(t) < 0$ и значение $q = 0$ неустойчиво; устойчивыми являются значения q, реализующие минимум $V(q)$:

$$q^* = \pm\frac{v^{3/2}|\omega_0|}{2\sqrt{\lambda}}.$$

Поскольку вблизи порога первым слагаемым в H_c из (7) можно пренебречь, плотность лагранжиана конденсатного поля имеет вид $L_c = -v^{-3}V(q^*)$. Тензор энергии-импульса конденсата при этом есть

$$T_{ik}^c = V(q^*)\, v^{-3} g_{ik} = -\frac{\omega_0^4}{16\lambda} g_{ik}. \tag{8}$$

Заметим, что полученный тензор энергии-импульса имеет вакуумоподобный вид. Поскольку ω_0 зависит от t тензор T_{ik}^c не обладает свойством консервативности, что объясняется перекачкой энергии из конденсатных мод в конденсат (ср. с аналогичной ситуацией в [6]). Консервативным является лишь полный тензор энергии-импульса квантованного поля.

Для метрики Казнера [$a_\alpha(t) \sim t^{p_\alpha}$] параметр анизотропии есть $Q = 1/9t^2$. Очевидно, что фазовый переход наступает при $t \sim m^{-1}$. При этом согласно (8) плотность энергии конденсата $\epsilon \sim -1/\lambda t^4$, т. е. по абсолютной величине имеет тот же порядок, что и поляризация вакуума [1, 2]. В то же время эффект спонтанного нарушения симметрии за счет самодействия в изотропной метрике приводит к плотности энергии $\epsilon \sim -1/\lambda a^4$, которая ведет себя как t^{-2} для радиационно-доминированного фона [7].

Таким образом, в анизотропной метрике при $t \sim t_{pe} = \sqrt{G}$ плотность энергии конденсата может оказывать существенное влияние на эволюцию метрики и, в частности, приводить к устранению сингулярности (в этой связи представляет интерес построение самосогласованных моделей без сингулярностей, аналогичных найденным для изотропного случая в [8]).

Ленинградский
электротехнический институт
им. В.И.Ульянова (Ленина)

Поступила в редакцию
11 июня 1980 г.

Литература

[1] Я.Б.Зельдович, А. А.Старобинский. ЖЭТФ, 61, 2161, 1971.

[2] Я.Б.Зельдович, А.А.Старобинский. Сб. "Проблемы ядерной физики и физики элементарных частиц". М., изд. Наука, 1975.

[3] B.L.Hu, L.Parker. Phys. Rev., D17, 933, 1978.

[4] С.Г.Мамаев, В.М.Мостепаненко, А.А.Старобинский. ЖЭТФ, 70, 1577, 1976.

[5] А.Б.Мигдал. Фермионы и бозоны в сильных полях. М., изд. Наука, 1978.

[6] Д.А.Киржниц, А.Д.Линде. ЖЭТФ, 67, 1263, 1974.

[7] А.А.Гриб, В. М.Мостепаненко. Письма в ЖЭТФ, 25, 302, 1977.

[8] С.Г.Мамаев, В.М.Мостепаненко. ЖЭТФ, 78, 20, 1980.