Письма в ЖЭТФ, том 32, вып.2, стр. 146 – 149 *20 июля 1980 г.*

О ВОЗМОЖНОСТИ НАБЛЮДЕНИЯ НУЛЬ-ЗВУКА СО СКОРОСТЬЮ МЕНЬШЕ ФЕРМИЕВСКОЙ В He^3

В.Я.Демиховский, Г.М.Максимова

В работе показано, что в ферми-жидкости может распространяться волна большой амплитуды со скоростью меньше фермиевской. Бесстолкновительное затухание в этом случае оказывается пропорциональным малому параметру $a = (\omega_0 \tau)^{-1}$.

В теории ферми-жидкости Ландау рассматриваются нуль-звуковые возбуждения со скоростью w больше фермиевской, не испытывающие бесстолкновительного затухания. Возбуждения со скоростью w меньше v_F сильно затухают. Бесстолкновительное затухание в линейной теории оказывается слабым лишь для поперечных мод, скорость которых близка к v_F.

В настоящей работе показано, что в ферми-жидкости наряду с обычным нуль-звуком может распространяться волна большой амплитуды со скоростью меньше фермиевской, в поле которой осуществляется захват резонансных квазичастиц. Бесстолкновительное затухание в этом случае оказывается пропорциональным малому параметру $a = (\omega_o \tau)^{-1}$, где $\omega_o = k\sqrt{\phi_o/m}$ — частота колебаний захваченных частиц, τ — время релаксации, ϕ_o — амплитуда локальной энергии.

Для расчета этого эффекта необходимо с помощью уравнения Больцмана найти функции распределения захваченных и пролетных частиц. Полную функцию распределения будем искать в виде

$$n = n_o(\epsilon_{\mathbf p}) + \frac{\partial n_o}{\partial \epsilon}\delta\epsilon_{\mathbf p} + g(\mathbf p, \mathbf r, t),$$

$$\delta\epsilon_{\mathbf p}(\mathbf r, t) = \sum_{\mathbf p'} f_{\mathbf{pp}'}\delta n_{\mathbf p'}(\mathbf r, t), \tag{2}$$

где $n_o(\epsilon_{\mathbf p})$ — равновесная функция распределения, $\delta\epsilon_{\mathbf p}(r, t)$ — локальная энергия квазичастицы, $\delta n_{\mathbf p} = \dfrac{\partial n_o}{\partial\epsilon}\delta\epsilon_{\mathbf p} + g$, $f_{\mathbf{pp}'} = f_o$ — функция, описывающая взаимодействие квазичастиц. При этом функция $g(\mathbf p, \mathbf r, t)$ удовлетворяет кинетическому уравнению

$$\frac{\partial g}{\partial t} + \mathbf v\frac{\partial g}{\partial \mathbf r} - \frac{\partial\delta\epsilon}{\partial \mathbf r}\frac{\partial g}{\partial \mathbf p} = -\frac{g}{\tau} - \frac{\partial n_o}{\partial\epsilon}\frac{\partial\delta\epsilon}{\partial t}. \tag{3}$$

Интеграл столкновений выбран в простейшем виде $I\{n\} = -g/\tau$.

С помощью приведенных ниже выражений для функций распределения захваченных и пролетных частиц можно показать, что при выполнении условия $\delta\epsilon/\epsilon_F \ll 1$, основной вклад в энергию (2) дает большая группа нерезонансных частиц. Функция распределения этих частиц имеет такой же вид, как и в линейной теории. По этой причине локальную энергию в уравнении (3) можно также, как в теории Ландау считать гармонической функцией от времени и координат:

$$\delta\epsilon = -\phi_o\cos\xi \tag{4}$$

$\xi = kz - \omega t$, k — волновой вектор, ω — частота волны. Поправка к энергии (4) пропорциональна малым параметрам ϕ_o/ϵ_F и a.

Решая (3) с локальной энергией (4) методом характеристик, найдем функции распределения захваченных g_t и пролетных g_{ut} частиц в резонансной области:

$$g_t = \phi_o\frac{w}{\bar v}(a\xi - s)\frac{\partial n_o}{\partial\epsilon}, \quad |s| \leqslant 2\cos\frac{\xi}{2}, \tag{5}$$

$$g_{ut} = \phi_o\frac{w}{\bar v}[a(\xi - \bar\xi) - (s - \bar s)]\frac{\partial n_o}{\partial\epsilon}, \quad |s| \geqslant 2\cos\frac{\xi}{2}, \tag{6}$$

где $s = \dfrac{v_z - w}{\bar v}$ — безразмерная скорость, $\bar s = \dfrac{\pi}{\kappa K(\kappa)}$ — средняя скорость пролетных частиц, $\bar{\xi} = \dfrac{\pi F\left(\frac{\xi}{2}, \kappa\right)}{K(\kappa)}$, κ — интеграл движения, определяемый соотношением $\dfrac{s^2}{2} - \cos\xi = \dfrac{2}{\kappa^2} = 1$, $K(\kappa)$ — полный эллиптический интеграл первого рода, $F\left(\dfrac{\xi}{2}, \kappa\right)$ — неполный эллиптический интеграл первого рода $\tilde{v} = \sqrt{\phi_0 / m}$. В нерезонансной области функция распределения может быть найдена стандартным образом с помощью итераций по ϕ_0.

Если волна затухает слабо, то коэффициент затухания в линейной теории ферми-жидкости можно получить, приравнивая скорость изменения полной энергии нерезонансных частиц работе, совершаемой волной над резонансными частицами в единицу времени. При этом для коэффициента затухания получается тот же результат, что и из линейного дисперсионного уравнения. В нелинейном режиме ($\omega_0 \tau \gg 1$) мы также найдем затухание волны (предполагая его малым) с помощью закона сохранения энергии. При этом скорость изменения энергии нерезонансных частиц будет такой же, как и в линейной теории, а работу волны над резонансными частицами нужно вычислить заново. Изменение полной энергии нерезонансных частиц в поле волны найдем из выражения:

$$\langle \Delta E \rangle = \langle \sum_{\mathbf{p}} \epsilon_{\mathbf{p}} \delta n_{\mathbf{p}} \rangle + \frac{1}{2} \langle \sum_{\mathbf{pp}'} f_{\mathbf{pp}'} \delta n_{\mathbf{p}} \delta n_{\mathbf{p}'} \rangle . \qquad (7)$$

Здесь скобки означают усреднение по длине волны λ. Для определения кинетической энергии в формуле (7), необходимо найти $\langle \delta n_{\mathbf{p}} \rangle$ во втором порядке по ϕ[1]. Работу волны над резонансными частицами можно получить из выражения

$$\left\langle j_{\text{рез}} \left(- \frac{\partial \delta\epsilon}{\partial z} \right) \right\rangle = - \frac{2}{\lambda} \int_0^{\lambda} dz \int \frac{\partial \delta\epsilon}{\partial z} v_z \, \delta n_{\text{рез}} \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi\hbar)^3}, \qquad (8)$$

где $j_{\text{рез}}$ — ток резонансных частиц. Определим коэффициент затухания соотношением

$$\frac{d}{dt} \langle \Delta E \rangle = -2\gamma \langle \Delta E \rangle . \qquad (9)$$

Воспользовавшись далее (5) и (6) для вычисления (8) и функцией распределения нерезонансных частиц квадратичной по ϕ_0 для определения изменения энергии (7), получим

$$\gamma_N = a\,\omega \frac{\left[\dfrac{64}{9} + 16 \displaystyle\int_0^1 \frac{d\kappa}{\kappa^4} \left(2E(\kappa) - \frac{\pi^2}{2K(\kappa)} \right) \right]}{\pi \left. \dfrac{dW(s)}{ds} \right|_{s_0}} \approx 2a\,\gamma_L \qquad (10)$$

[1] Для этого достаточно ограничиться формулой (2) для $\delta\epsilon_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}, t)$. Учет высших членов разложения $\delta\epsilon_{\mathbf{p}}$ по $\delta n_{\mathbf{p}}$ не изменяет во втором порядке величины $\langle \delta n_{\mathbf{p}} \rangle$.

Здесь γ_L — линейный коэффициент затухания слабой волны, $s_o = w / v_F$ — относительная скорость волны, $W(s) = \frac{s}{2} \ln \left| \frac{1+s}{1-s} \right| - 1$. s_o можно найти из линейного дисперсионного уравнения при $a << 1$, когда затухание мало

$$W(s) = 1/F_o . \qquad (11)$$

Численный расчет показывает, что $s_o = 0{,}85$ при $F_o = 10{,}8$.

Расчет работы волны над частицами аналогичен соответствующим вычислениям в теории нелинейного затухания электромагнитных волн и звука в металлах. Результат $\gamma_N = 2a\gamma_L$ при $a << 1$ был получен в [1]. Заметим, что формула (10) верна лишь по порядку величины, так как в кинетическом уравнении использовано приближенное выражение для интеграла столкновений.

Аналогично можно показать, что в модели ферми-жидкости с $f_{pp'} = f_o + f_1 \cos\theta$ коэффициент бесстолкновительного затухания мод с $m = 0$ и $m = 1$, имеющих скорость $w < v_F$ в режиме сильной нелинейности уменьшается в a раз по сравнению с линейным.

Численные оценки показывают, что нелинейные эффекты становятся существенными при температурах He^3 порядка 10^{-3} К при плотностях потока мощности в кварцевом излучателе порядка 10^2 Вт/см^2. При этом параметр $\omega_o \tau \approx 10^2$.

Авторы благодарны А.А.Абрикосову за полезное обсуждение.

Физико-технический институт
при горьковском государственном университете

Поступила в редакцию
11 июня 1980 г.

Литература

[1] Г.А.Вугальтер, В.Я.Демиховский. Письма в ЖЭТФ, 22, 454, 1975.