

# НОВЫЙ ТИП КВАНТОВЫХ РАЗМЕРНЫХ ЭФФЕКТОВ В МЕТАЛЛАХ ПРИ МНОГОКАНАЛЬНОМ ЗЕРКАЛЬНОМ ОТРАЖЕНИИ ЭЛЕКТРОНОВ ОТ ГРАНИЦ ОБРАЗЦА

А.А.Слуцкин, А.М.Кадигров

Показано, что в условиях МЗО кинетика электронов в тонких металлических пластинах качественно отличается от квазиклассической и имеет существенно квантовую, интерференционную природу.

1. Экспериментальные исследования последних лет [1] показали, что отражение электронов проводимости от границ металл-вакуум часто близко к зеркальному. Вследствие анизотропии и зонной структуры закона дисперсии электронов  $\epsilon_m(\mathbf{p})$  ( $\mathbf{p}$  — квазиимпульс,  $m$  — номер зоны) для металлов типична ситуация многоканального зеркального отражения (МЗО). При МЗО электрон, падающий на границу металла, параллельную одной из кристаллографических плоскостей (ниже — плоскость  $(x, y)$ ), переходит из данного состояния  $|\mathbf{p}, m\rangle$ , вообще говоря, в суперпозицию нескольких ( $N$ ) состояний  $|\mathbf{p}', m'\rangle$  с той же энергией  $E = \epsilon_m(\mathbf{p}) = \epsilon_{m'}(\mathbf{p}')$  и проекцией импульса  $\mathbf{p}_{\parallel} = (p_x, p_y)$ , но противоположным знаком поперечной скорости  $v_z = \partial \epsilon_{m'}(\mathbf{p}') / \partial p'_z$  (см. пример на рис.1, где  $N = 2$ ). Этот процесс описывается схемой

$$|a_+\rangle \rightarrow \sum_{a'=1}^N s_{aa'}(\mathbf{p}_{\parallel}, E) |a'_-\rangle, \quad a = 1, \dots, N, \quad (1)$$

где индекс  $a$  нумерует совокупности квантовых чисел  $(p, m)$  с данными  $E, \mathbf{p}_{\parallel}$  и  $\text{sign } v_z$ , "+" и "-" отмечают состояния со скоростями, направленными, соответственно, к границе и от нее.  $s_{aa'}$  — плавно зависящие (в масштабе энергии Ферми  $\epsilon_F$  и фермиевского импульса  $p_F$ ) амплитуды вероятностей переходов  $|a_+\rangle \rightarrow |a'_-\rangle$ , образующие унитарную  $N$ -канальную  $s$ -матрицу МЗО.

2. На первый взгляд, электронные переходы при МЗО естественно рассматривать как случайные перескоки классического электрона с вероятностями  $W_{aa'} = |s_{aa'}|^2$ . В данной работе мы покажем, что при достаточно хорошей зеркальности границы и  $d \lesssim l_0$  ( $d$  — толщина металлической пластинки,  $l_0$  — длина свободного пробега электрона) та-

кое стохастическое описание неприменимо, а МЗО — динамика электрона имеет квантовую — интерференционную природу, обуславливая ряд необычных свойств кинетики электронов в тонких пластинах.

Рассмотрим, прежде всего, движение квазиклассического волнового пакета, слабо размытого по импульсу и координате в масштабе  $p_F$  и  $d$ , соответственно. Испытывая МЗО на границе пластины, пакет расщепляется на  $N$  пакетов в соответствии с (1). Каждый из возникших пакетов снова расщепляется при МЗО на границах пластины, и т.д. В результате число электронных пакетов нарастает экспоненциально по времени.

Амплитуда каждого пакета в момент времени  $t$  однозначно определяется заданием одного из "броуновских" путей (ниже они называются " $j$ -путями"), которые проходит за время  $t$  классическая частица, испытывая за счет МЗО на границе пластины случайные переходы  $\alpha_+ \rightarrow \alpha_-$ . Каждый такой переход вносит в амплитуду пакета множитель  $s_{\alpha\alpha'}$ ; кроме того, амплитуда содержит квазиклассический фазовый множитель  $\exp\{iS_j/\hbar\}$ , где  $S_j$  — приращение классического действия вдоль данного  $j$ -пути, зависящее от  $E$  и начального  $p_{||}$ . Важно, что при  $t \gg d/v_F$  ( $v_F \sim \epsilon_F/p_F$ ) существует экспоненциально много пакетов с одинаковыми  $S_j(E, p_{||})$ , которые, накладываясь друг на друга, интерферируют, т.е. их амплитуды складываются. Суммарная амплитуда интерферирующих пакетов есть нечто иное, как фейнмановский интеграл по траекториям, вырождающихся из-за квазиклассичности движения внутри пластины в сумму по  $j$ -путям.

Рассмотренной интерференционной картине, как можно показать, соответствуют уровни энергии размерного квантования  $E_n(p_{||})$  ( $n$  — номер уровня) — нули дисперсионного уравнения

$$\text{Det} \left\| \delta_{\alpha\alpha'} - \sum_{\alpha''} s_{\alpha\alpha''} s_{\alpha''\alpha'}^* \exp\{i(\phi_{\alpha''}^{(-)} - \phi_{\alpha'}^{(+)})\} \right\| = 0, \quad (2)$$

где квазиклассические фазы  $\phi_{\alpha}^{(\pm)} = dp_{z,\alpha}^{(\pm)}/\hbar$ ,  $p_{z,\alpha}^{(\pm)}$  —  $z$  — компонента  $p$  в состояниях  $|\alpha_{\pm}\rangle$ . (Границы пластины при записи (2) предполагались одинаковыми). Поскольку разности фаз  $|\phi_{\alpha''}^{(-)} - \phi_{\alpha'}^{(+)}| \sim d/\lambda \gg 1$  (длина волны  $\lambda \sim \hbar/p_F$ ), а их производные по  $E$  и  $p_{||}$  несоизмеримые, то термы  $E_n(p_{||})$ , а вместе с ними и матричные элементы физических величин быстро и хаотически осциллируют по  $p_{||}$  с малым квантовым масштабом изменения  $\sim \hbar/d \ll p_F$ . Это свойство принципиально отличает МЗО спектр от локально-эквидистантного квазиклассического спектра, соответствующего обычному (однолокальному) зеркальному отражению. Из него следует аномальная чувствительность МЗО кинетики тонких пластин к влиянию любых слабых внешних полей, способных за время релаксации  $\tau = l_0/v_F$  изменить  $p_{||}$  на величину  $\delta p_{||} \gtrsim \gtrsim \hbar/d$ .

3. Сказанное означает, в частности, что отклонение от закона Ома в проводимости тонких пластин происходит при весьма малых напряженностях электрических полей  $\mathcal{E} \sim \mathcal{E} = \hbar/ed\tau$ . При  $\mathcal{E} \ll \mathcal{E}$ , когда применима обычная линейная теория, проводимость  $\sigma_{xx}$  существенно зависит от амплитуд  $s_{\alpha\alpha'}$ . Так, для симметричной относительно

отражены:  $p_z \rightarrow -p_z$  конфигурации рисунка, расчеты дают

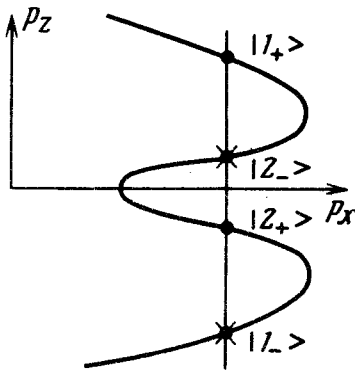
$$\sigma_{xx} = \frac{4e^2\tau}{(2\pi\hbar)^3} \int d\mathbf{p}_{\parallel} \left[ \frac{|v_x^{(1)}|^2}{|v_z^{(1)}|^2} + \frac{|v_x^{(2)}|^2}{|v_z^{(2)}|^2} - \frac{\sqrt{1-W} (|v_x^{(1)}| - |v_x^{(2)}|)^2}{\sqrt{v_+^2 - Wv_-^2}} \right] E = \epsilon_F \quad (3)$$

где  $W = |s_{11}|^2$ ,  $v_{\pm} = |v_z^{(1)}| \pm |v_z^{(2)}|$ ,  $|v_{x,z}^{(a)}| = |\partial\epsilon/\partial p_{x,z}|$

для состояний  $|\alpha_{\pm}\rangle$ . В пределе  $\xi \gg \bar{\xi}$  изменение  $\mathbf{p}_{\parallel}$  в электрическом поле за время  $\tau$  приводит к своеобразному усреднению продольной скорости  $\partial E_n / \partial p_x$  по быстрым случайным "дрожаниям" МЗО спектра. При этом плотность тока  $J$  выходит на универсальную линейную асимптоту  $J = \sigma_{xx}^{(\infty)} \xi$ , где коэффициент  $\sigma_{xx}^{(\infty)}$  меньше  $\sigma_{xx}$  линейной теории и не зависит от элементов  $s$ -матриц:

$$\sigma_{xx}^{(\infty)} = \frac{e^2\tau}{(2\pi\hbar)^3} \int d\mathbf{p}_{\parallel} [\Sigma(v_x/|v_z|)]^2 / \Sigma|v_z|^{-1}. \quad (4)$$

Суммирование в (4) распространяется на все состояния  $|\alpha_{\pm}\rangle$  с данными  $\mathbf{p}_{\parallel}$  и  $E = \epsilon_F$ . Формула (4) соответствует "эргодическому" (равномерному) распределению электрона по всем состояниям, фигурирующим в (4) под знаком  $\Sigma$ . В промежуточной нелинейной области  $\xi \sim \bar{\xi}$  в принципе возможно существование падающего участка на вольт-амперной характеристике.



Показано сечение поверхности Ферми плоскостью  $p_z, p_x$ ; точки и кресты отмечают состояния с противоположными направлениями поперечной скорости

Переход от линейной проводимости  $\sigma_{xx}$  к эргодической проводимости  $\sigma_{xx}^{(\infty)} < \sigma_{xx}$  происходит в любом внешнем поле, для которого  $\delta p_r \sim \hbar/d$ . Для магнитного поля  $\mathbf{H}$  с  $H_z \sim |\mathbf{H}|$  величина  $\delta p_r \sim (eH/c)l_0$ . Поэтому, например, при  $d \sim 10^{-4}$  см,  $l_0 \sim 10^{-3}$  см влияние магнитного поля на проводимость становится существенным уже в полях  $H \sim 10^{-1}$  CGSE. Такого же рода нелинейные аномалии возможны, разумеется, и в высокочастотных полях. Другой интересный аспект МЗО — усложнение квантовых размерных осцилляций кинетических коэффициентов, периоды которых  $d$ , как можно показать на основе (2), представляют собой всевозможные целочисленные комбинации разностей

$$(1/p_{z,\alpha}^{(\pm)} - 1/p_{z,\alpha'}^{(\pm)}), (1/p_{z,\alpha}^{(\pm)} - 1/p_{z,\alpha'}^{(\pm)})$$

Для наблюдения рассмотренных выше интерференционных явлений наряду с выполнением неравенства  $d \lesssim l_0$ , необходимо, чтобы характерный размер плоских участков границ образца  $L$  был  $\gtrsim d$ . В противном случае возникают большие (и случайные) разности фаз  $S_j / \hbar$  интерферирующих пакетов, что превращает квантовый электрон в классическую частицу, совершающую броуновское движение в пластине. Эта стохастизация (см. пункт 2) соответствует разрушению МЗО-спектра. При  $d \lesssim L$  уширение уровней МЗО спектра  $\sim Q \hbar v_F / d$ , ( $Q$  — коэффициент диффузности), и, следовательно, для наблюдения эффектов, обусловленных спецификой МЗО спектра, достаточно  $Q \ll 1$ .

Следует отметить, что МЗО приводит к ситуации, аналогичной рассмотренной выше, и в магнитном поле, параллельном границе. Для возникновения интерференционной картины в этом случае необходимо, чтобы ларноровский радиус  $r_H$  был  $\lesssim L$ .

Результаты подробного анализа упомянутых здесь явлений и изложение техники расчетов с квазислучайным МЗО спектром будут вскоре посланы в печать.

Авторы признательны И.М.Лифшицу, Н.Е.Алексеевскому, Б.И.Веркину, Ю.П.Гайдукову, Ю.Ф.Комнику за ценные дискуссии.

Физико-технический институт  
низких температур  
Академии наук Украинской ССР

Поступила в редакцию  
14 июля 1980 г.

### Литература

[1] А.Ф.Андреев. УФН, 105, 113, 1971.