Письма в ЖЭТФ, том 32, вып. 6, стр. 408 – 411 *20 сентября 1980 г.*

ЭЛЕКТРОННАЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ В ТОКАМАКЕ

В.В.Параил, О.П.Погуце

В пределе сильной турбулентности получено выражение для коэффициента аномальной электронной теплопроводности в токамаке, связанное с развитием в плазме колебаний дрейфового типа, локализованных вблизи рациональных поверхностей.

В последние годы появилось много теоретических работ, в которых оценивалась величина коэффициента аномальной электронной теплопроводности χ_e в токамаке, связанная с присутствием в плазме мелкомасштабных колебаний дрейфового типа, локализованных вблизи рациональных поверхностей [1 – 5]. Максимально возможное значение величины χ_e можно оценить следующим образом [5]. Ясно, что электрон в поле волны не может сместиться от своего начального положения на величину, бо́льшую, чем $\Delta r \lesssim 1/k_\perp$. Однако такая оценка оказывается справедливой лишь для коротковолновых колебаний с $k_\perp \gtrsim$ $\gtrsim \omega_{pe}/c$. При переходе к колебаниям с бо́льшими масштабами на движение электрона начинает влиять "вмороженное" в такие колебания магнитное поле, приводящее к резкому уменьшению характерного среднего квадрата смещения электрона по радиусу. Характерный квадрат смещения электронов по радиусу в поле пакета волн оказывается порядка $(\Delta r)^2 \sim c^2/\omega_{pe}^2$ [5]. Характерное время сбоя фазы τ может быть получено из условия того, что в бесстолкновительной плазме электроны взаимодействуют с волной по механизму Ландау, так что $\tau \sim \sim (k_{\parallel} V_{Te})^{-1}$. Величина $k_{\parallel}$ оценивается следующим образом: $k_{\parallel} = \frac{m}{r} \frac{B_\theta}{B_0} - \frac{n}{R}$. Поскольку на рациональной поверхности $m = nq$, то получаем $k_{\parallel} \approx \frac{dk_{\parallel}}{dr}\Big|_{r_0} \overline{\Delta r} \approx \frac{k_\perp S}{qR} \overline{\Delta r}$, где $S = \frac{r}{q} \frac{dq}{dr}$ – шир, а $\overline{\Delta r} = \overline{r} - r_0$ характерное среднее по времени отклонение электрона от рациональной поверхности. Если считать, что $\overline{\Delta r} \sim 1/k_\perp$, то $k_{\parallel} \approx S/qR$. Использование такой величины $k_{\parallel}$ приводит к формуле для χ_e типа формулы Окавы $\chi_e \sim \frac{c^2}{\omega_{pe}^2} \frac{V_{Te}}{qR} S$ [3, 5]. Следует однако отметить, что в режиме сильной турбулентности величина $\overline{\Delta r}$ будет сравнима с поперечной длиной волны лишь для нечетных мод, у которых $\phi(r \to r_0) \sim \sim r - r_0$. Действительно, в дрейфовом приближении движение электрона по радиусу описывается уравнением:

$$\frac{d\Delta r}{dt} \equiv \tilde{V}_r \approx \left\{ i \frac{ck_\theta \phi(\Delta r)}{B} + V \frac{B_r(\Delta r)}{B} \right\} e^{-i\omega t + im\theta + in\vartheta}, \qquad (1)$$

где $B_r = ik_\theta A_{\parallel}$, $A_{\parallel}$ – продольная компонента векторного потенциала волны. Связь между ϕ и $A_{\parallel}$ следует из уравнения Максвелла $\Delta A_{\parallel} = \frac{4\pi}{c} J_{\parallel} = \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_l (k_{\parallel}\phi - \frac{\omega}{c} A_{\parallel})$, где ϵ_l – продольная компонента тензора диэлектрической проницаемости плазмы. Рассмотрим для простоты длинноволновые колебания, для которых $B_r \to 0$. Тогда из (1) следует, что в пределе сильной турбулентности $((ck_\theta\phi/B) \gg \omega/k_\theta)$ радиальное смещение электронов может быть представлено в следующем виде:

$$\Delta r_{\text{нч}} \approx \frac{2\pi}{k_\perp} (\sin\omega t + 1) \qquad (2)$$

при $\phi(\Delta r)$ – нечетной и

$$\Delta r_{\text{ч}} \approx \frac{2\pi}{k_\perp} \sin\omega t \qquad (3)$$

при $\phi(\Delta r)$ – четном. В первом случае $\overline{k}_{\parallel} \approx S/qR$, а во втором случае (четном ϕ) $\overline{k}_{\parallel} \approx 0$ и для получения характерного времени корреляции необходимо учитывать высшие по Δr порядки разложения $k_{\parallel}$ или учитывать тороидальные эффекты. Отметим, что как правило в первую очередь в плазме возбуждаются именно четные моды колебаний [6].

Итак, предположим, что в токамаке возбуждены четные моды колебаний и оценим предельную величину коэффициента электронной теплопроводности χ_e в этом случае. Из кинетического уравнения для электронов можно получить следующее выражение для χ_e [5] :

$$\chi_e \approx \frac{\int d\mathrm{v}\,\frac{mV^2}{2} < \widetilde{V}_r(t)\,\mathrm{Im}\int\limits_0^t \widetilde{V}_r^*(t')dt' > f_e}{\frac{3}{2}\,n_eT_e}, \qquad (4)$$

где $\widetilde{V}_r$ определяется уравнением (1), $< \ >$ означают усреднение по статистическому ансамблю. Интегрирование по времени в (4) должно производиться вдоль траектории движения электронов. Следовательно задача нахождения χ_e сводится к отысканию корреляционной функции радиального движения электронов $K = < \widetilde{V}_r(t)\,\mathrm{Im}\int\limits_0^t \widetilde{V}_r^*(t')dt' >$. Подставляя в K значения $\widetilde{V}_r$ из (1) и используя связь между $A_\parallel$ и ϕ, получим:

$$K = \left\langle \frac{c\,k_\perp\phi}{B}\left(1 - \frac{k_\parallel v_\parallel}{\omega}\,\frac{\frac{\omega^2}{c^2}\epsilon_e}{k_\perp^2 + \frac{\omega^2}{c^2}\epsilon_l}\right)\mathrm{Im}\int\limits_0^t dt'\,\frac{ck_\perp\phi^*(t')}{B}\right. \times$$

$$\left. \times \left(1 - \frac{k_\parallel(t')v_\parallel}{\omega}\,\frac{\frac{\omega^2}{c^2}\epsilon_e}{k_\perp^2 + \frac{\omega^2}{c^2}\epsilon_e}\right)^* \right\rangle \qquad (5)$$

Прежде всего отметим, что величина магнитного поля B в токамаке зависит от r и θ. При интегрировании вдоль траектории в (5) можно считать, что $\frac{1}{B(t)} \approx \frac{1}{B}\left(1 - \frac{r}{R}\cos\frac{v_\parallel t}{qR}\right)$. Кроме того, в пределе сильной турбулентности оказывается, что

$$\frac{c\,k_\perp\phi(t)}{\bar{B}} \approx \frac{\omega}{k_\perp}\,\exp\left\{-i\omega t + i\int\limits_0^t k_\parallel(t')v_\parallel dt'\right\}. \qquad (6)$$

Использование этих соотношений позволяет переписать (5) в следующем виде:

$$K \approx \sum_{\omega,k}\left(\frac{\omega}{k_\perp}\right)^2\left|\,1 - \frac{\bar{k}_\parallel v_\parallel}{\omega}\,\frac{\frac{\omega^2}{c^2}\epsilon_l}{k_\perp^2 + \frac{\omega^2}{c^2}\epsilon_\iota}\right|^2\left\{\delta(\omega - \bar{k}_\parallel v_\parallel) + \right.$$

$$\left. + \frac{r^2}{2R^2}\,\delta\left(\omega - \bar{k}_\parallel v_\parallel - \frac{v_\parallel}{qR}\right) + \frac{r^2}{2R^2}\,\delta\left(\omega - \bar{k}_\parallel v_\parallel + \frac{v_\parallel}{qR}\right)\right\}, \qquad (7)$$

где $\bar{k}_\parallel$ есть средняя по времени величина $k_\parallel$; ясно, что осциллирующая часть $k_\parallel$ не может дать вклада в δ-функцию (это следует из соотношения (6)). Две последних δ-функции в правой части (7) появляются при учете эффекта тороидальности (движение электронов по радиусу в токамаке модулировано с частотой модуляции равной "баунс" частоте, а глубина модуляции пропорциональна величине тороидальности $\epsilon = r/R$).

Поскольку рассматриваются четные колебания, можно считать, что $k_{\parallel} \approx 0$. Подставляя (7) в (4), получим:

$$\chi_e \approx \sum_{\omega,k} \left(\frac{\omega}{k_\perp}\right)^2 \left| \frac{k_\perp^2}{k_\perp^2 + \frac{\omega^2}{c^2}\epsilon_l} \right|^2 \frac{r^2}{R^2} e^{-(\omega qR/v_{Te})^2}, \qquad (8)$$

где $\epsilon_l \approx \omega_{pe}^2/\omega^2$ (при $\omega > \bar{k}_{\parallel} v_{Te}$).

Общий член ряда в правой части (7) достигает максимума по ω при $\omega \approx v_{Te}/qR$, а по $k_\perp$ при $k_\perp \approx \omega_{pe}/c$. Последнее обстоятельство связано с упоминавшимся выше эффектом вмороженности магнитного поля в длинноволновые колебания. Переходя в (8) от суммирования к интегрированию по ω и $k_\perp$, можно с точностью до численного коэффициента получить величину χ_e:

$$\chi_e \sim \frac{c^2}{\omega_{pe}^2} \frac{v_{Te}}{qR} \frac{r^2}{R^2} . \qquad (9)$$

Итак мы получили, что при возбуждении в токамаке четных мод колебаний дрейфового типа, основной вклад в коэффициент аномальной электронной теплопроводности χ_e вносят эффекты тороидальности, так что $\chi_e \sim \epsilon^2$. Такая зависимость от ϵ по-видимому наблюдалась в недавних экспериментах на установке Т-11 [7].

Институт атомной энергии
им. И.В.Курчатова

Поступила в редакцию
4 июля 1980г.

Литература

[1] B.B.Kadomtsev, O.P.Pogutse. IAEA-CN-37/0-1, p. 649, v.I, 1979.

[2] A.B.Rechester, M.N.Rosenbluth. Phys. Rev. Lett., 40, 38, 1978.

[3] T.Ohkawa. Gen. Atom. Rep. No JA-AI-4433, May, 1977.

[4] K.Molvig, S.P.Hirshman, J.S.Whitson. Phys. Rev. Lett., 43, 582, 1979.

[5] V.V.Parail, O.P.Pogutse. IAEA-CN-38/c-1, 1980.

[6] Б.Б.Кадомцев, О.П.Погуце. Вопросы теории плазмы, М., Атомиздат, 1967, 5, стр. 235.

[7] V.M.Leonov, V.G.Merezhkin, V.S.Muchovatov, V.V.Sannikov, G.N.Tilinin. IAEA-CN-38/N-2, 1980.