

МНОГОЭЛЕКТРОННЫЕ ЛУНКИ НА ПОВЕРХНОСТИ ЖИДКОГО ГЕЛИЯ

В.Б.Шикин, П.Лейдерер

Высказано предположение о возможности существования на поверхности жидкого гелия отдельных многоэлектронных лунок. Обсуждены условия, в которых появление таких лунок становится реальным. Дано описание основных характеристик многоэлектронной лунки: энергии связи, эффективной массы и подвижности при движении лунки вдоль поверхности гелия. Вычислена энергия взаимодействия двух лунок, расположенных на заданном расстоянии друг от друга.

Одним из возможных вариантов развития неустойчивости заряженной поверхности жидкого гелия может оказаться возникновение отдельных многоэлектронных лунок. В отличие от предельного случая полной заряженности свободной поверхности гелия, когда электрическое поле слоя поверхностных электронов компенсирует напряженность внешнего прижимающего поля над поверхностью гелия и развитие неустойчивости заканчивается возникновением кристаллической структуры, состоящей из многоэлектронных лунок [1], нас в данном случае интересует предельный случай $n_s \ll n_s^k$ (n_s^k — максимальная плотность поверхностных электронов над гелием, $n_s^k \approx 10^9 \text{ см}^{-2}$). Другими словами речь идет о плотностях $n_s \approx 10^6 \cdot 10^7 \text{ см}^{-2}$. Неустойчивость однородного состояния заряженной поверхности гелия при этом может возникать в области прижимающих полей $E_{\perp} > E_{\perp}^k$, $E_{\perp}^k = 2\pi e n_s^k$. Целью данной статьи является описание некоторых свойств отдельной многоэлектронной лунки в рамках модельного предположения о том, что многоэлектронная система, локализованная в лунке, имеет вид заряженного диска радиуса R . Это предположение имеет экспериментальные основания.

В рамках выбранной модели полная энергия W , связанная с возникновением многоэлектронной лунки, имеет вид

$$W = \int d^2r \left\{ \frac{\alpha}{2} [(\nabla \xi)^2 + \kappa^2 \xi^2] + Q E_{\perp} n_s(r) \xi(r) \right\} + V_c(R) \quad (1)$$

$$Q = eN \quad \kappa^2 = \rho g / \alpha.$$

Здесь Q и N — полный заряд и число электронов в лунке, $\xi(r)$ — самоогласованная деформация поверхности гелия под действием электронного давления, ρ , α — плотность и коэффициент поверхностного натяжения жидкого гелия, g — ускорение силы тяжести, κ — капиллярная постоянная (для гелия $\kappa \approx 30 \text{ см}^{-1}$), E_{\perp} — напряженность прижимающего электрического поля, $n_s(r)$ — локальное распределение электронов вдоль поверхности лунки. Согласно выбранной нами модели

$$n_s(r) = \frac{1}{\pi R^2} \exp\left(-\frac{r^2}{R^2}\right), \quad r = |\mathbf{r}|, \quad (2)$$

где R — радиус электронного диска. Величина R пока неопределена и должна быть выражена в терминах полного числа N электронов в лунке, прижимающего поля E_{\perp} и параметров жидкого гелия.

Энергия $V_c(R)$ есть полная кулоновская энергия электронного диска с равномерным распределением плотности вдоль поверхности диска

$$V_c(R) = \frac{3\pi}{8} \frac{Q^2}{R}. \quad (3)$$

Запись энергии W (1) справедлива, если выполнено условие

$$\nabla \xi < 1, \quad (4)$$

отвечающее предельному случаю достаточно плавной деформации поверхности гелия.

Энергия W (1) отличается от W , использованной в [2] для построения теории одноэлектронной ямки, заменой энергии нулевых колебаний электрона в самосогласованной потенциальной яме $eE_{\perp}\xi(r)$ энергией кулоновского взаимодействия $V_c(R)$, которая в случае многоэлектронной задачи является основной. Аналогичная ситуация имеет место, например, при расчете параметров многоэлектронного пузырька [3].

Вариация энергии W по ξ приводит к уравнению механического равновесия

$$\Delta\xi - \kappa^2\xi = \alpha^{-1}QE_{\perp}n_s(r). \quad (5)$$

Решение этого уравнения позволяет выразить $\xi(r)$ в терминах Q и R . Подставляя затем решение $\xi(r)$ из (5) в (1) и выполняя соответствующие интегрирования, можно получить следующее конечное выражение для W

$$W = \frac{Q^2 E_{\perp}^2}{8\pi a} \exp\left(\frac{\kappa^2 R^2}{2}\right) E_i\left(-\frac{\kappa^2 R^2}{2}\right) + V_c(R), \quad (6)$$

где $E_i(x)$ — интегральная показательная функция. Определение радиуса R сводится теперь к решению уравнения $\partial W/\partial R = 0$ при условии $\partial^2 W/\partial R^2 > 0$.

Нетрудно убедиться в том, что устойчивое решение для R , т. е. решение уравнения $\partial W/\partial R = 0$ при условии $W'' > 0$ возможно лишь в области $\kappa R > 1$. При этом

$$R = \frac{3\pi^2 a}{2E_{\perp}^2}, \quad \xi(0) \approx -\frac{QE_{\perp}}{2\pi\alpha} \ln\left(\frac{1}{\kappa R}\right), \quad (7)$$

$$W \approx -\frac{Q^2 E_{\perp}^2}{4\pi\alpha} \left(\ln\frac{1}{\kappa R} - 1\right).$$

Согласно (7), возникновение лунки оказывается энергетически выгодным ($W < 0$), если $\kappa R < 1/2$. В развернутом виде это неравенство сводится к требованию

$$E_{\perp} > E_{\perp}^{min}, \quad (E_{\perp}^{min})^4 = 9\pi^4 \rho_0^2 a, \quad E_{\perp}^{min} \sim 3000 \text{ В/см}, \quad (8)$$

т. е. к определению минимального прижимающего поля E_{\perp}^{min} , начиная с которого возможна локализация системы электронов в лунке. Интересно отметить, что выражение для R не зависит от полного числа N электронов в лунке и в области $E_{\perp} \sim E_{\perp}^{min}$ имеет масштаб $R \approx 3 \cdot 10^{-2}$ см. Однако, неравенство (4) которое удобно переписать в виде $\xi(0)/R < 1$, является при заданной напряженности E_{\perp} ограничением на полное число электронов в лунке N

$$\frac{QE_{\perp}^3}{3\pi^3 a^2} \ln\frac{1}{\kappa R} < 1. \quad (9)$$

Для поля $E_{\perp} \sim E_{\perp}^{min}$ величина N имеет масштаб $N \approx 10^6$.

Используя аналогию с теорией одноэлектронной лунки [2], получаем немедленно выражение для присоединенной эффективной массы M многоэлектронной лунки при ее движении вдоль поверхности гелия

$$M = \frac{\rho Q^2 E_{\perp}^2}{16\kappa a^2} \quad (10)$$

и выражение для эффективной подвижности μ

$$\mu = 2\sqrt{2}\Pi a^2 R / QE_{\perp}^2 \eta, \quad (11)$$

где η — коэффициент первой вязкости жидкого гелия.

Интересно также посчитать энергию взаимодействия W_{ij} двух отдельных лунок, центры которых стоят друг от друга на расстоянии $r = |r_i - r_j|$, где r_i и r_j — координаты центров двух лунок. Для подсчета энергии W_{ij} надо подставить в W из (1) деформацию и распределение зарядов для двух отдельных лунок; расположенных на расстоянии $r > R$ друг от друга и выделить интерференционные слагаемые (аналогичная задача возникает, например, при расчете энергии взаимодействия вихревых нитей в сверхпроводниках [4]). Конечный ответ для W_{ij} в случае двух одноименно заряженных лунок выглядит так

$$W_{ij} = - \frac{Q^2 E_{\perp}^2}{2\pi a} K_0(\kappa r) + \frac{Q^2}{r}, \quad r = |r_i - r_j|, \quad (12)$$

где $K_0(x)$ — функция Бесселя мнимого аргумента. Энергия W_{ij} имеет минимум в точке $\partial W_{ij} / \partial r = 0$. Таким образом две одноименно заряженные лунки могут находиться в связанном стационарном состоянии на конечном расстоянии друг от друга.

Институт физики твердого тела
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
29 июля 1980г.

Литература

- [1] M. Wanner, P. Leiderer. Phys. Rev. Lett., 42, 315, 1979.
- [2] В.Б.Шикин, Ю.П.Монарха. ЖЭТФ, 65, 751, 1973.
- [3] В.Б.Шикин. Письма в ЖЭТФ, 27, 44, 1978.
- [4] П.Дежен. Сверхпроводимость металлов и сплавов. М., изд. Мир, 1968, стр. 67.