Письма в ЖЭТФ, том 80, вып. 7, с. 551 – 554 © 2004 г. 10 октября

Эффект отрицательной акустической рефракции в одномерном фононном кристалле

О. С. Тарасенко, С. В. Тарасенко, В. М. Юрченко

Донецкий физико-технический институт им. А. А. Галкина НАН Украины, 83114 Донецк, Украина

Поступила в редакцию 16 августа 2004 г.

Для двухкомпонентной мелкослоистой акустической сверхрешетки (одномерного фононного кристалла), у которой один из слоев, составляющих период сверхрешетки, находится в окрестности собственного сегнетоэластического фазового перехода, определены необходимые условия, при которых падающая на ее внешнюю поверхность объемная упругая волна возбуждает преломленную волну, обладающую отрицательной акустической рефракцией (на основной или кратной частоте).

PACS: 42.70.Qs, 68.35.–p, 68.65.–k

Несмотря на большое количество работ, посвященных анализу условий распространения и локализации упругих волн в периодических акустически сплошных средах (фононных кристаллах), и существующую тесную аналогию между электродинамикой фотонных и акустикой фононных кристалов до сих пор основное внимание при изучении динамики упругих композитных сред было сосредоточено на анализе условий формирования зон полного непропускания объемных упругих волн [1].

В данной работе на примере одномерного фононного кристалла показано, что если хотя бы один из упругих слоев, составляющих элементарный период структуры сверхрешетки, находится в окрестности собственного сегнетоэластического фазового перехода, то в такой композитной среде становится возможным формирование ряда новых акустических эффектов, электромагнитные аналоги которых активно исследуются в динамике фотонных кристаллов [2, 3], обладающих отрицательным индексом рефракции, но до сих не были известны для фононных кристаллов, как, например, отрицательная акустическая рефракция (групповая скорость падающей и преломленной упругой волн (на основной частоте или кратной к ней) лежит по одну сторону от нормали к границе раздела сред (то есть тангенциальная компонента групповой скорости падающей и преломленной волн отличается знаком)).

Пусть пространственная структура исследуемой двухкомпонентной сверхрешетки совпадает с рассмотренной в [4]: имеется трансляционная инвариантность вдоль нормали к границе раздела слоев толщиной d_1 и d_2, соответственно (элементарный период структуры $D = d_1 + d_2$). Для наглядности и простоты расчетов будем считать, что среды 1 и 2 – упругоизотропны, причем упругие параметры сред 1 и 2 равны $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$; $\mu_1 = \mu_2 = \mu$; $\rho_1 = \rho_2 = \rho$ ($\lambda_{1,2}$ и $\mu_{1,2}$ – коэффициенты Ламэ, $\rho_{1,2}$ – плотность).

В случае однокомпонентного собственно сегнетоэластического фазового перехода с группой симметрии парафазы 222 термодинамические потенциалы сред 1 (W_1) и 2 (W_2) могут быть соответственно представлены в виде [5]

$$W_1 = \frac{\alpha}{2}\eta^2 + \gamma\eta u_{xy} + \frac{\lambda}{2}u_{ii}^2 + \mu u_{ik}^2 - \eta E_z, \qquad W_2 = \frac{\lambda}{2}\tilde{u}_{ii}^2 + \mu\tilde{u}_{ik}^2. \quad (1)$$

Здесь γ – константа линейной стрикции, α – константа одноосной анизотропии ($\alpha > 0$), $u_{ik}(\tilde{u}_{ik})$ – тензор упругих деформаций в среде 1 и 2 соответственно, $\mathbf{E}$ – электрическое поле. Так как сверхрешетка предполагается акустически сплошной, то соответствующая система упругих граничных условий может быть представлена в виде ($\sigma_{ik}(\tilde{\sigma}_{ik})$ – тензор упругих напряжений в среде 1(2), $N = 0, 1\ldots$, ξ – координата вдоль нормали к границе раздела сред $\mathbf{n}$)

$$\sigma_{ik}n_k = \tilde{\sigma}_{ik}n_k; \quad u_i = \tilde{u}_i; \quad \xi = -ND; -ND - d_1. \quad (2)$$

Поскольку среда 2 предполагается идеально проводящей, то на обеих поверхностях каждой из сегнетоэластических пленок (среда 1) выполнено условие (τ – единичный вектор вдоль направления распространения волны в плоскости слоев)

$$E_\tau = 0; \quad \xi = -ND; -ND - d_1. \quad (3)$$

Без учета собственных степеней свободы ($\alpha \to 0$) особенности распространения упругих волн в сверхрешетке "пьезоэлектрик – идеальный металл" рассматривались в [6].

Если $k_{\|1}(k_{\|2})$ – нормальная компонента волнового вектора объемной волны, распространяющейся в среде 1 (2), а волновое число $k_\perp$ и частота ω рассматриваемой упругой волны таковы, что

$$k_{\|1}d_1 \ll 1, \qquad k_{\|2}d_2 \ll 1, \tag{4}$$

то в соответствии с [7] упругую динамику такой мелкослоистой сверхрешетки можно исследовать в рамках приближения эффективной среды.

В результате из (1)–(4) следует,что линейную упругую динамику такой эффективно пространственно однородной среды можно описать с помощью набора эффективных упругих модулей $\bar{c}_{ik}$, удовлетворяющих соотношению

$$\langle \sigma_{ik} \rangle = \bar{c}_{ik} \langle u_{ik} \rangle. \tag{5}$$

Здесь $\langle A \rangle$ означает усреднение с учетом (2)–(4) величины A по периоду сверхрешетки D: $\langle A \rangle \equiv f_1 A_1 + f_2 A_2$, $f_1 = d_1/D$, $f_2 = d_2/D$.

Подобный подход широко используется в настоящее время при анализе поляритонной динамики ограниченных мелкослоистых сверхрешеток [8].

Эффективная среда (1)–(5) в соответствии с [7] обладает гексагональной симметрией и если нормаль к границе раздела слоев $\mathbf{n}$ совпадает с одной из основных координатных осей, то единственным отличным от случая упруго изотропной среды (λ, μ) модулем будет $\bar{c}_{66}$:

$$\bar{c}_{66} \equiv \frac{\mu(\omega_0^2 + \omega_{me}^2 f_2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 + \omega_{me}^2 - \omega^2)} \quad \text{для} \quad \mathbf{n}\|Z, \tag{6}$$

$$\bar{c}_{66} \equiv \frac{\mu(\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 + \omega_{me}^2 f_1 - \omega^2)} \quad \text{для} \quad \mathbf{n}\|Y, \tag{7}$$

$$\bar{c}_{66} \equiv \frac{\mu(\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 + \omega_{me}^2 f_1 - \omega^2)} \quad \text{для} \quad \mathbf{n}\|X. \tag{8}$$

Пусть рассматриваемая сверхрешетка занимает нижнее полупространство ($\xi < 0$), а ее внешняя поверхность ($\xi = 0$) имеет сплошной акустический контакт с однородным упругоизотропным полупространством ($\xi > 0$), из которого на поверхность сверхрешетки падает упругая объемная волна с частотой ω и волновым числом $k_\perp$.

Ограничимся в дальнейшем рассмотрением случая, когда нормаль к плоскости падения совпадает с одной из основных координатных осей, вследствие чего возбуждаемые в сверхрешетке упругие нормальные моды будут разделяться на волны, поляризованные в плоскости падения (квазипродольная и квазипоперечная моды) и перпендикулярно к ней (волна SH-типа). Если $\mathbf{k} \in XZ$ или $\mathbf{k} \in YZ$, то квазипродольная и квазипоперечная волны превращаются соответственно в продольную и поперечную волны (волна P- и SV-типа) .

Как известно [9], кинематика отраженной (преломленной) нормальной волны с заданной частотой ω и проекцией ее волнового вектора на поверхность среды $k_\perp$ определяется структурой сечения ее поверхности волновых векторов (WVS) плоскостью отражения (преломления) в k-пространстве. Радиус-вектор точки на таком сечении коллинеарен направлению фазовой скорости ($k_\perp$, $k_\|$), а внешняя нормаль совпадает с направлением групповой скорости возбуждаемой нормальной моды $k_\| = k_\|(k_\perp, \omega)$ ($k_\|$ – проекция волнового вектора возбуждаемой волны на нормаль к границе раздела сред). Таким образом, можно выделить четыре типа точек сечения WVS, отличающихся знаками проекций волновой и групповой скорости на границу раздела сред и нормаль к границе раздела (ограничимся случаем, когда и фазовая и групповая скорости преломленной волны лежат в одной плоскости):

$$\begin{aligned} &A(k_\perp \partial\omega/\partial k_\perp > 0; k_\| \partial\omega/\partial k_\| > 0),\\ &B(k_\perp \partial\omega/\partial k_\perp > 0; k_\| \partial\omega/\partial k_\| < 0),\\ &C(k_\perp \partial\omega/\partial k_\perp < 0; k_\| \partial\omega/\partial k_\| > 0),\\ &D(k_\perp \partial\omega/\partial k_\perp < 0; k_\| \partial\omega/\partial k_\| < 0). \end{aligned} \tag{9}$$

Для преломленной волны всегда должны выполняться два условия: 1) тангенциальные проекции волнового вектора падающей ($k_{\perp i}$) и преломленной волн ($k_{\perp r}$) на границу раздела сред равны; 2) вектор групповой скорости преломленной волны образует острый угол с внутренней нормалью к границе раздела сред ($n\partial\omega/\partial k_r < 0$). Таким образом отрицательная рефракция $k_{\perp r}\partial\omega/\partial k_{\perp r} < 0$ в принципе возможна только для точек C и D типа (9) WVS преломленной волны.

Из (6)–(9) следует, что для преломленной волны SH-типа отрицательная акустическая рефракция возможна, если

$$\bar{c}_{66} < 0;\ \mathbf{n}\|Z \text{ и } \mathbf{k} \in XZ(\mathbf{u}\|Y) \text{ или } \mathbf{k} \in YZ(\mathbf{u}\|X). \tag{10}$$

При этом соответствующее сечение WVS плоскостью падения имеет вид ($k_\|^2 + k_\perp^2 = k^2$, $\mathrm{tg}\phi \equiv k_\perp/k_\|$, $s_t^2 = \mu/\rho$)

$$k^2 = \omega^2/\left[s_t^2\left((\bar{c}_{66}/\mu)\sin^2\phi + \cos^2\phi\right)\right] > 0. \tag{11}$$

Если

$$\bar{c}_{66} < 0;\ \mathbf{n}||X \text{ и } \mathbf{k} \in XZ(\mathbf{u}||Y) \quad \text{или} \quad \mathbf{n}||Y, \mathbf{k} \in YZ(\mathbf{u}||X), \tag{12}$$

то

$$k^2 = \omega^2 / \left[s_t^2\left(\sin^2\phi + (\bar{c}_{66}/\mu)\cos^2\phi\right)\right] > 0; \tag{13}$$

и из (6)–(9) следует, что в этой геометрии по одну сторону от внутренней нормали к границе раздела сред лежат фазовые скорости падающей и преломленной SH-волн, тогда как групповая скорость сдвиговой преломленной волны удовлетворяет условию $k_\perp \partial\omega/\partial k_\perp > 0$, то есть эффект отрицательной акустической рефракции отсутствует.

Отрицательная акустическая рефракция может формироваться не только в случае преломленной упругой волны поляризованной ортогонально плоскости падения (сагиттальной плоскости), но и в случае, когда преломленная упругая волна поляризована в плоскости падения. В рассматриваемой модели мелкослоистой сверхрешетки это возможно, если нормаль к плоскости падения совпадает с (001).

Пусть $\mathbf{n}||X$ или $(\mathbf{n}||Y)$, тогда расчет с учетом (6)–(8) показывает, что в рассматриваемой мелкослоистой сверхрешетке при этом имеет место эффект двулучепреломления без изменения ветви, причем обе ветви принадлежат одной и той же моде (обладают одной и той же частотой ω, поляризацией и волновым числом $k_\perp$) спектра нормальных упругих колебаний (квазипоперечной моде). Сечение соответствующей полости WVS плоскостью падения с нормалью (001) описывается соотношением вида

$$k^2 = \frac{A + \sqrt{A^2 - 4B}}{2B}\omega^2, \tag{14}$$

$$A = \lambda + 2\mu + \bar{c}_{66};$$

$$B = (\lambda + 2\mu)\bar{c}_{66} + 0.25(2\lambda + 3\mu)(\mu - 2\bar{c}_{66})\sin^2 2\phi.$$

Из (14) следует, что для заданных величин $k_\perp$и ω отрицательная акустическая рефракция (9) возможна только для одной из ветвей преломленной квазиобъемной волны при условии, что одновременно $k_\perp > k_*$ и

$$-(2\lambda + 3\mu)/2 < \bar{c}_{66} < 0 \tag{15}$$

или

$$\bar{c}_{66}(\omega) > \\ > \sqrt{\mu(2\lambda + 3\mu) + 0.25\,(3\lambda + 4\mu)^2} - 0.5\,(3\lambda + 4\mu)\,. \tag{16}$$

Здесь k_* определяется как значение $k_\perp$, удовлетворяющее соотношению $\partial k_\| / \partial k_\perp = 0$.

Что же касается второй ветви преломленной квазипоперечной волны (14), обладающей той же поляризацией, частотой ω и волновым числом $k_\perp$, то для нее, как и в случае (12), (13), эффект отрицательной акустической рефракции отсутствует, $k_\perp \partial\omega/\partial k_\perp > 0$, а по одну сторону от внутренней нормали к границе раздела сред лежат фазовые скорости падающей и преломленной волн.

Следует отметить, что рассматриваемый одномерный фононный кристалл конечной толщины будет обладать свойством фокусировки акустической волны, падающей на его внешнюю поверхность, при условии, что генерируемая ею внутри фононного кристалла объемная упругая волна будет обладать отмеченным выше эффектом отрицательной акустической рефракции. По аналогии со случаем фотонных кристаллов [10] указанный выше эффект отрицательной акустической рефракции может проявляться и в нелинейной упругой динамике одномерного фононного кристалла: например, в случае генерации преломленной волны с гармониками, кратными основной частоте. В частности, тангенциальные компоненты групповой скорости падающей на поверхность сверхрешетки (6)–(8) SH-волны с частотой ω и преломленной квазипоперечной волны ($SV-$ волны) на частоте, кратной основной $m\omega (m = 2, 3, \ldots)$, будут отличаться знаком, если для SH-волны $\mathbf{n}||Z, \mathbf{k} \in XZ$ и $\mathbf{u}||Y$ (или $\mathbf{n}||Z, \mathbf{k} \in YZ$ и $\mathbf{u}||X$):

$$\bar{c}_{66}(\omega) < 0. \tag{17}$$

Несмотря на то, что во всех выше перечисленных случаях в точке, удовлетворяющей условию $k_{\perp i} = k_{\perp r}$ (9), имела место отрицательная гауссова кривизна сечения WVS плоскостью падения, тем не менее, это условие не является обязательным. Так например, если в сегнетоэластическом слое (среда 1), составляющем период рассматриваемой сверхрешетки, ось Z составляет угол ϕ_0 с нормалью к границе раздела слоев $\mathbf{n}$ в плоскости падения XZ, то из (3)–(6) следует, что сечение WVS сдвиговой волны SH-типа с $\mathbf{k} \in XZ$ и $\mathbf{u}||Y$ этой плоскостью описывается соотношением типа

$$k^2 = \omega^2 / \left[s_t^2\left(c_2\sin^2\phi + c_3\sin 2\phi + c_1\cos^2\phi\right)\right] > 0; \tag{18}$$

$$c_1 = \frac{\omega_0^2 + \omega_{me}^2\cos^2\phi_0 - \omega^2}{\omega_0^2 + \omega_{me}^2\left[f_2\cos^2\phi_0 + f_1\right] - \omega^2};$$

$$c_2 = \frac{\omega_0^2 + \omega_{me}^2\left[f_2\cos^2\phi_0 + f_1\sin^2\phi_0\right] - \omega^2}{\omega_0^2 + \omega_{me}^2\left[f_2\cos^2\phi_0 + f_1\right] - \omega^2};$$

$$c_3 = \frac{0.5 f_1\omega_{me}^2\sin(2\phi_0)}{\omega_0^2 + \omega_{me}^2\left[f_2\cos^2\phi_0 + f_1\right] - \omega^2}.$$

В результате отрицательная акустическая рефракция (9) имеет место для $k_\perp < k_*$ уже при $\bar{c}_{66} > 0$ (то есть когда WVS является выпуклой), однако теперь эффект обладает невзаимностью относительно замены $k_\perp \to -k_\perp$ (по-прежнему считается, что сверхрешетка занимает нижнее полупространство, $\xi < 0$).

Следует также отметить, что помимо стрикции возможны и другие механизмы формирования отрицательной кривизны на сечении WVS сагиттальной плоскостью, а следовательно, и отрицательной акустической рефракции на основной и кратной частотах. К числу их можно отнести пьезоэлектрический, пьезомагнитный эффекты для волн SH-типа и анизотропию упругих свойств для квазипоперечных упругих волн.

В качестве композитной среды, в которой возможны выше перечисленные эффекты, может быть использована и акустически сплошная магнитная сверхрешетка (одномерный магнитный фотонный кристалл).

1. D. Bria and B. Djafari-Rouhani, Phys. Rev. **E66**, 056609 (2002).
2. В. Г. Веселаго, УФН **92**, 517 (1967).
3. J. B. Pendry, A. J. Holden, W. J. Stewart, and I. Youngs, Phys. Rev. Lett. **76**, 4773 (1996).
4. R. E. Camley, B. Djafari -Rouhani, L. Dobrzynski, and A. Maradudin, Phys. Rev. **B27**, 7318 (1983).
5. Б. А. Струков, А. П. Леванюк, *Физические основы сегнетоэлектрических явлений в кристаллах*, М.: Наука, 1983.
6. В. И. Альшиц, А. С. Горкунова, А. Л. Шувалов, ЖЭТФ **110**, 924 (1996).
7. С. М. Рытов, Акуст журн. **2**, 72 (1956).
8. K. Abraha and D. R. Tilley, Surf. Sci. Rep. **24**, 125 (1996).
9. М. К. Балакирев, И. А. Гилинский, *Волны в пьезокристаллах*, Новосибирск, Наука, 1982.
10. V. M. Agranovich, Y. R. Shen, R. H. Baughman, and A. A. Zakhidov, Phys. Rev. **B69**, 165112 (2004).