ДИНАМИЧЕСКИЙ ФОРМФАКТОР СВЕРХТЕКУЧЕГО ^{4}He

В.П.Минеев

В работе найден динамический структурный фактор сверхтекучего ^{4}He вблизи абсолютного нуля температуры для частот, лежащих в интерьале $\tau^{-1} << \omega << T/\hbar$. Предложена интерпретация результатов экспериментов [1] по неупругому рассеянию нейтронов на сверхтекучем ^{4}He .

В недавно опубликованных экспериментах по неупругому рассеянию нейтронов на жидком ^{4}He [1] измерялась температурная зависимость (в интервале от1К до T_λ) динамического формфактора $\sigma(\omega , k)$, которую оказалось возможно представить в виде

$$\sigma(\omega , k) = \frac{\rho_s (T)}{\rho} \sigma_s (\omega , k) + \frac{\rho_n (T)}{\rho} \sigma_n (\omega , k). \qquad (1)$$

Здесь $\sigma_n (\omega, k)$ – динамический формфактор нормального ^{4}He , измеренный при $T = 2{,}27/\text{К} > T_\lambda = 2{,}18$ К представляющий при данном k (k менялось от 0,8 до 1,96 Å^{-1}) широкое распределение интенсивности рассеяния по частотам, мало зависящее от температуры в интервале от T_λ до 4,21 К. $\sigma_s (\omega , k)$ состоит из узкого δ-образного пика, соответствующего возбуждению фононов и ротонов со спектром Ландау $\omega (k)$, а также добавки, связанной с многофононными процессами. $\rho_s (T)$, $\rho_n (T)$ – соответственно плотности сверхтекучей и нормальной компонент сверхтекучего ^{4}He .

Тот факт, что интенсивность сингулярной части микроскопической величины $\sigma(\omega, k)$ оказалась пропорциональной гидродинамической макроскопической величине $\rho_s (T)$ достаточно удивителен с теоретической точки зрения,хотя это и выглядит как экспериментальное подтверждение известного результата Хоенберга и Мартина [2], полученного из качественных соображений. В работе [3], также из качественных соображений, была сделана попытка интерпретации формулы (1), причем сингулярная часть $\sigma(\omega, k)$ трактовалась, как возникающая из-за процессов, включающих переходы частиц из конденсата в надконденсатную часть. Как было показано в [4] интерпретация [3] неверна, поскольку интенсивность процессов рассеяния, включающих переходы конденсат – надконденсат, пропорциональна не сверхтекучей плотности, а плотности конденсата n_0.

Вычисление $\sigma(\omega, k)$ в квантовой области $\omega \gg T/\hbar$, где проводился эксперимент [1], невыполнимая задача. Возможно, однако, найти $\sigma(\omega, k)$ в бесстолкновительном режиме $\omega \gg 1/\tau$, при выполнении в то же время условия адиабатичности внешнего возмущения $U(\omega, k)$: $\omega \ll T/\hbar$. В этой области $\sigma(\omega, k)$ выражается через мнимую часть обобщенной восприимчивости $\alpha(\omega, k)$ [5] посредством соотношения

$$\sigma(\omega, k) = \frac{2mT}{\rho\,\omega}\,\alpha''(\omega, k) \tag{2}$$

m – масса атома ^{4}He, а система уравнений для нахождения обобщенной восприимчивости состоит из кинетического уравнения для функции распределения фононов $n(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t)$, дополненным уравнениями для плотности ρ и сверхтекучей скорости v_s :

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial n}{\partial \mathbf{r}}\frac{\partial H}{\partial \mathbf{p}} - \frac{\partial n}{\partial \mathbf{p}}\frac{\partial H}{\partial \mathbf{r}} = -\frac{n - n_0}{\tau}, \tag{3}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}\left(\rho \mathbf{v}_s + \int \mathbf{p}\, n\, d\tau_p\right) = 0, \tag{4}$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}_s}{\partial t} + \vec{\nabla}\left(\mu_0 + \frac{U}{m} + \frac{v_s^2}{2} + \int \frac{\partial \epsilon}{\partial \rho}\, n\, d\tau_p\right) = 0. \tag{5}$$

Здесь $H = \epsilon(p) + \mathbf{p}\mathbf{v}_s$; $\epsilon(p) = cp(1 + \gamma p^2)$ – спектр фононов, знак γ зависит от давления, $\gamma > 0$ для $P < 17$ атм, $\gamma < 0$ для $P > 17$ атм, μ_0 – химический потенциал при абсолютном нуле; $d\mu_0 = c^2\frac{d\rho}{\rho}$; $U(t, \mathbf{r})$ – внешнее поле. Уравнения (3) – (5) применялись для вычисления температурной поправки к скорости высокочастотного звука (см. [6, 7]), и справедливы в фононной области температур.

Решение (3) – (5) в (ω, k) представлении (см. [6, 7]) дает линейный отклик $\rho' = \rho - \rho_0$ на внешнее поле $U(\omega, k)$:

$$\rho'(\omega, k) = -m\alpha(\omega, k)\, U(\omega, k), \tag{6}$$

где обобщенная восприимчивость

$$\alpha(\omega, k) = \frac{1}{m^2}\,\frac{-(\rho - I_3)}{\left(\frac{\omega}{k} + \frac{\partial c}{\partial \rho} I_2\right)^2 - (\rho - I_3)\left(\frac{c^2}{\rho} - \left(\frac{\partial c}{\partial \rho}\right)^2 I_1\right)}. \tag{7}$$

Здесь

$$I_1 = \int_0^\infty Z(\omega, k, p)\, dp,$$

$$I_2 = \int_0^\infty \left(\frac{\omega}{kv}\right) Z(\omega, k, p)\, dp,$$

$$I_3 = \int_0^\infty \left(\frac{\omega}{kv}\right)^2 Z(\omega, k, p)\, dp + \rho_n,$$

$$Z(\omega, k, p) = -\frac{\partial n_0}{\partial \epsilon} \frac{p^4}{(2\pi)^2 \hbar^3} \left\{ \frac{\omega}{kv} \ln\left|\frac{\omega - kv}{\omega + kv}\right| + 2 + \right.$$

$$\left. + i\frac{\omega}{kv}\left[\operatorname{arc\,tg}(kv - \omega\tau) + \operatorname{arc\,tg}(kv + \omega\tau)\right]\right\},$$

$$v = \frac{\partial \epsilon}{\partial p} = c + 3c\gamma p^2, \quad \rho_n = \frac{2\pi^2 T^4}{45\hbar^3 c^5}$$

ρ_n — фононная часть нормальной плотности жидкости. Таким образом, структурный фактор определяется формулами (2), (6, 7). Вблизи резонансов $\omega \approx \pm ck$, полагая $3|\gamma| T^2 c^{-2} \gg (\omega\tau)^{-1}$, имеем

$$\sigma(\omega, k) = \frac{T}{mc^2} \frac{\Gamma}{(\omega \mp \tilde{c}k)^2 + \Gamma^2}, \tag{8}$$

$$\tilde{c} = c + \frac{3c\rho_n A}{4\rho} \ln \frac{c^2}{|\gamma| T^2},$$

$$\Gamma = \begin{cases} \dfrac{3\pi\omega\rho_n A}{4\rho}; & \gamma > 0, \\[2ex] \dfrac{AT^2}{72 c^3 \rho |\gamma| \tau \hbar^3}; & \gamma < 0 \end{cases}, \tag{9}$$

$$A = \left(1 + \frac{\rho}{c}\frac{\partial c}{\partial \rho}\right)^2.$$

Величина Γ определяет затухание звука в высокочастотном режиме, время τ, фигурирующее в выражении (9) при $\gamma < 0$, есть время четырехфононных столкновений $\tau^{-1} \sim T^7$ (см. [7]).

Результат, аналогичный (7) был получен недавно [8] с помощью уравнений для корреляционных функций. Однако, сделанное в [8] выделение из (7) резонансной части, пропорциональной ρ_s, совершенно произвольно. Также неоправдано применение полученного результата (см. [8]) для $T > T_\lambda$, поскольку тогда мы выходим за рамки бесстолкновительной области и попадаем в область применимости гидродинамики (ибо $\omega < T/\hbar < \tau^{-1}$ для $T > T_\lambda$) и резонансная часть

$$\sigma(\omega, k) = \frac{T}{mc_T^2} \frac{\Gamma_H}{(\omega - ck)^2 + \Gamma_H^2} \tag{10}$$

здесь c_T — изотермическая скорость звука, Γ_H — гидродинамический коэффициент затухания звука [5]. Таким образом, из (8) видно, что интенсивность резонансной части $\sigma(\omega, k)$ есть $\pi T/mc^2$ и не содержит множителя $\rho_s(T)/\rho$, как предполагалось в [2].

Объяснение же экспериментального результата (1) на наш взгляд состоит в том, что в то время как $\sigma(\omega, k)$ для $\omega > T/\hbar$ сильно меняется с температурой при переходе λ точки, интегральная интенсивность этой величины — статический структурный фактор [5]

$$\sigma(k) = \int_{-\infty}^{+\infty} \sigma(\omega, k) \frac{d\omega}{2\pi} \tag{11}$$

практически не зависит от температуры [9]. При этом конечно предполагается, что главный вклад в интеграл (11) дают частоты $\omega >> T/\hbar$, так что множитель T/mc^2 в (8) переходит в $\frac{\hbar k}{mc}\left(1 - e^{-\frac{\hbar ck}{T}}\right)^{-1} \approx \frac{\hbar k}{mc}$.

Малое изменение с температурой статистической корреляционной функции плотность-плотность $\sigma(k)$ связано с малостью доли атомов ^{4}He, выпадающих в конденсат $\delta\sigma(k)/\sigma(k) \sim n_0/n$. Из независимости $\sigma(k)$ от температуры тривиально получается пропорциональность резонансной части интенсивности рассеяния плотности сверхтекучей компоненты:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left[\sigma(\omega, k) - \frac{\rho_n}{\rho} \sigma_n(\omega, k)\right] \frac{d\omega}{2\pi} \approx \frac{\rho_s(T)}{\rho} \sigma(k). \tag{12}$$

В заключение считаю своим приятным долгом поблагодарить Г.Е.Воловика и Л.П.Питаевского за полезные обсуждения.

Институт теоретической физики
им. Л.Д.Ландау
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
30 июня 1980 г,
После переработки
4 сентября 1980 г

Литература

[1] A.D.B.Woods, E.C.Svensson. Phys. Rev. Lett., 41, 974, 1978.

[2] P.C.Hohenberg, P.C.Martin. Ann. Phys. (N.Y.), 34, 291, 1965.

[3] A.Griffin. Phys. Rev., B19, 5949, 1979; Phys. Lett., 71A, 237, 1979.

[4] V.K.Wong. Phys. Lett., 73A, 398, 1979.

[5] Е.М.Лифшиц, Л.П.Питаевский. "Статистическая физика", часть 2, М., изд. Наука, 1978.

[6] А.Ф.Андреев, И.М.Халатников. ЖЭТФ, 44, 2058, 1963.

[7] И.М.Халатников. Теория сверхтекучести, М., изд. Наука, 1971.

[8] K.Yamada. Progr. Theor. Phys., 63, 715, 1980.

[9] E.C.Svensson, V.F.Sears, A.D.B.Woods, P.Martel. Phys. Rev., B21, 3638, 1980.