Письма в ЖЭТФ, том 32, вып. 8, стр. 532 – 535 *20 октября 1980 г.*

НЕЛИНЕЙНЫЕ ПОВЕРХНОСТНЫЕ ПОЛЯРИТОНЫ

В.М.Агранович, В.С.Бабиченко, В.Я.Черняк

Найдено точное решение уравнений Максвелла, отвечающее поверхностной нелинейной H-волне, в случае, когда одна из контактирующих диэлектрических сред оптически одноосна и обладает зависящим от амплитуды поля диагональным тензором диэлектрической проницаемости $\epsilon_{ij}(\omega, |\mathbf{E}|^2)$, $\epsilon_{11} = \epsilon_{22} = \epsilon_0(\omega) + \alpha(|E_1|^2 + |E_2|^2)$, $\epsilon_{33} = \epsilon(\omega)$.

В настоящей работе показано, что учет сильной нелинейной зависимости тензора диэлектрической проницаемости одной из контактирующих сред приводит к появлению поверхностных поляритонов нового типа (нелинейных поверхностных поляритонов (НПП)). Структура и область существования НПП найдена для границы двух сред, одна из которых (среда I) изотропна и линейна, имеет диэлектрическую проницаемость $\epsilon^{I}(\omega)$ и занимает полупространство $z < 0$. Относительно среды, заполняющей полупространство $z > 0$ (среда II) предполагается, что ее диэлектрический тензор $\epsilon_{ij}(\omega, |\mathbf{E}|^2)$имеет лишь диагональные компоненты, среди которых только компоненты $\epsilon_{11} = \epsilon_{22} = \epsilon_o(\omega) + \alpha(|E_1|^2 + |E_2|^2)$ зависят указанным образом от поля E. Покажем, что при указанных допущениях уравнения Максвелла допускают точное решение для поверхностной H- волны. Допустим, для определенности, что такая волна распространяется вдоль оси x. В этом случае зависимость полей от координат и времени будем искать в следующем виде:

$$H_1 = H_3 = 0, \quad E_2 = 0, \quad H_2^{I,II} = H^{I,II}(z)e^{-i\omega t + ikx}, \tag{1}$$

$$E_1^{I,II} = \mathcal{E}_1^{I,II}(z)e^{-i\omega t + ikx}, \quad E_3^{I,II} = \mathcal{E}_3^{I,II}(z)\, e^{-i\omega t + ikx}.$$

"Идеальные" уравнения Максвелла для фигурирующих в (1) амплитуд поля имеют вид

$$\frac{dH^{I,II}}{dz} = i\frac{\omega}{c} D_1^{I,II}, \quad kH^{I,II} = -\frac{\omega}{c} D_3^{I,II}, \quad \frac{d\mathcal{E}_1^{I,II}}{dz} - ik\mathcal{E}_3^{I,II} = i\frac{\omega}{c} H^{I,II}, \tag{2}$$

где $D_1^{I} = \epsilon^{I}\mathcal{E}_1^{I}$, $D_3^{I} = \epsilon^{I}\mathcal{E}_3^{I}$ при $z < 0$ и $D_1^{II} = \epsilon_{11}\mathcal{E}_1^{II}$, $D_3^{II} = \epsilon\mathcal{E}_3^{II}$ при $z > 0$. Исключая из системы уравнений (2) величины $H(z)$ и $\mathcal{E}_3(z)$, получаем следующее уравнение для амплитуды $\mathcal{E}_1(z)$:

$$\frac{d^2\mathcal{E}_1}{dz^2} - \tilde{\kappa}^2\mathcal{E}_1 = 0 \qquad (\text{для } z < 0;\ \text{здесь } \mathcal{E}_1 \equiv \mathcal{E}_1^{I}), \tag{3а}$$

$$\frac{d^2\mathcal{E}_1}{dz^2} - \frac{\kappa^2\epsilon_{11}}{\epsilon}\mathcal{E}_1 = 0 \qquad (\text{для } z > 0,\ \text{здесь } \mathcal{E}_1 \equiv \mathcal{E}_1^{II}), \tag{3б}$$

где

$$\tilde{\kappa}^2 = k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\epsilon^{I}, \quad \kappa^2 = k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\epsilon. \tag{3в}$$

Для области $z < 0$ (линейная среда) решение уравнения (3а) при $\tilde{\kappa}^2 > 0$ имеет обычный вид

$$\mathcal{E}_1^{I}(z) = \mathcal{E}_1^{I}(0)\, e^{\tilde{\kappa}z}, \tag{4}$$

где $\tilde{\kappa} = +\sqrt{k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\epsilon^{I}}$.

Уравнение (3б), описывающее поле при $z > 0$, сводится к следующему нелинейному уравнению первого порядка:

$$\frac{1}{2}\left(\frac{d\mathcal{E}_1^{II}}{dz}\right)^2 + U(\mathcal{E}_1^{II}) = C\ , \tag{5}$$

где C — некоторая константа, а $U(\mathcal{E}_1) = -\frac{\kappa^2}{2\epsilon}\left(\epsilon_0 \mathcal{E}_1^2 + \frac{\alpha}{2}\mathcal{E}_1^4\right)$.

Так как нас интересует решение уравнения (3б), обращающееся в нуль при $z \to \infty$, константа $C = 0$. В связи с этим и при $\epsilon, \epsilon_0 > 0$ (именно этот случай будем иметь в виду ниже) решение уравнения (5) при $\alpha < 0$ дает

$$\mathcal{E}_1^{II}(z) = \sqrt{\frac{2\epsilon_0}{|\alpha|}}\left\{\mathrm{ch}\left[\left(\frac{\epsilon_0}{\epsilon}\right)^{1/2}(z - z_0)\kappa\right]\right\}^{-1}, \tag{6}$$

где параметр решения z_0 определяется из условия непрерывности при $z = 0$ тангенциальной компоненты напряженности электрического поля:

$$\mathcal{E}_1^{I}(0) = \mathcal{E}_1^{II}(0) = \sqrt{\frac{2\epsilon_0}{|\alpha|}}\left\{\mathrm{ch}\left[\left(\frac{\epsilon_0}{\epsilon}\right)^{1/2} z_0\,\kappa\right]\right\}^{-1}. \tag{6a}$$

Из уравнений (2) следует, что

$$H^{I}(z) = i\frac{\omega}{c}\,\frac{\epsilon^{I}}{\tilde{\kappa}^2}\,\frac{d\mathcal{E}_1^{I}}{dz}\ , \qquad H^{II}(z) = i\frac{\omega}{c}\,\frac{\epsilon}{\kappa^2}\,\frac{d\mathcal{E}_1^{II}}{dz}\ .$$

Поэтому, используя (4) и (6), находим, что непрерывность напряженности магнитного поля при $z = 0$ имеет место, если выполнено соотношение

$$\frac{\epsilon^{I}}{\tilde{\kappa}} = \frac{\epsilon}{\kappa}\left(\frac{\epsilon_0}{\epsilon}\right)^{1/2}\mathrm{th}\left[\left(\frac{\epsilon_0}{\epsilon}\right)^{1/2} z_0\,\kappa\right], \tag{7}$$

определяющее закон дисперсии $\omega = \omega(k, \mathcal{E}_1(0))$. Из этого соотношения следует, что при $\epsilon^{I} > 0$ (этот случай отвечает, в частности, границе нелинейной среды с вакуумом), параметр $z_0 > 0$, если же $\epsilon^{I} < 0$, то $z_0 < 0$. В первом случае при изменении z от $z = 0$ до $z = \infty$ величина $\mathcal{E}_1^{II}(z)$ (см. (6)) возрастает до своего максимального значения $\mathcal{E}_{1m} = (2\epsilon_0/|\alpha|)^{1/2}$, (величина $\mathcal{E}_{1m}$ будет много меньше атомных полей лишь в области частот $\omega \approx \omega_{\parallel}$, $\epsilon_0(\omega_{\parallel}) = 0$ и для сред с достаточно большими значениями $|\alpha|$; в противном случае следует использовать более общие выражения для связи ϵ_{ij} и $|\mathrm{E}|$), а затем при возрастании z монотонно убывает до нуля. Во втором случае при возрастании z от $z = 0$ до $z = \infty$ поле $\mathcal{E}_1^{II}$ с ростом z монотонно убывает до нуля.

Принимая во внимание (6а), соотношение (7) может быть представлено также следующим образом:

$$\frac{|\epsilon^{\mathrm{I}}|}{\widetilde{\kappa}} = \frac{\sqrt{\epsilon}}{\kappa}\left(\epsilon_o + \frac{a}{2}\mathcal{E}_1^2(0)\right)^{1/2}$$

или, если учесть (3в), в виде

$$\frac{k^2c^2}{\omega^2} \equiv n^2(\omega) = \epsilon\epsilon_{\mathrm{I}}\frac{\epsilon^{\mathrm{I}} - \left[\epsilon_o + \frac{a}{2}\mathcal{E}_1^2(0)\right]}{(\epsilon^{\mathrm{I}})^2 - \epsilon\left[\epsilon_o + \frac{a}{2}\mathcal{E}_1^2(0)\right]}. \quad (8)$$

Из требования $n^2(\omega) > 0$ находим, что рассмотренные выше волны возможны, если значение $\mathcal{E}_1(0)$ при $\epsilon^{\mathrm{I}} > \epsilon$ удовлетворяет неравенству $\epsilon_o + \frac{a}{2}\mathcal{E}_1^2(0) > (\epsilon^{\mathrm{I}})^2/\epsilon$ или неравенству $\epsilon_o + \frac{a}{2}\mathcal{E}_1^2(0) < (\epsilon^{\mathrm{I}})^2/\epsilon$ при $\epsilon^{\mathrm{I}} < \epsilon$. Так как $\epsilon \gtrsim 1$, последний случай отвечает границе нелинейной среды с вакуумом. Существенно, что нелинейные волны рассмотренного вида при $a < 0$ оказываются возможными и при $\epsilon, \epsilon_o, \epsilon^{\mathrm{I}} > 0$, т. е. в такой спектральной области, где линейные поверхностные поляритоны не существуют.

В заключение подчеркнем, что найденное выше точное решение даже для одноосного кристалла II отвечает лишь некоторой частной форме зависимости $\epsilon_{ij}(\omega, |\mathbf{E}|^2)$. Наличие неучтенных и зависящих от поля E компонент тензора ϵ_{ij} не будет приводить к заметной неустойчивости нелинейной волны относительно ее превращения в объемные волны только в тех случаях, когда упомянутые выше неучтенные компоненты диэлектрического тензора достаточно малы.

Институт спектроскопии
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
15 сентября 1980 г.