Письма в ЖЭТФ, том 32, вып. 11, стр. 636 – 638 5 декабря 1980 г.

ПОВЫШЕННАЯ ПРОЗРАЧНОСТЬ НЕОРИЕНТИРОВАННОЙ МЕЗОФАЗЫ НЕМАТИКОВ ДЛЯ ОБЫКНОВЕННОЙ ВОЛНЫ

Н.Б.Баранова, Б.Я.Зельдович

Показано, что волна обыкновенного типа при распространении по неоднородно ориентированному жидкому кристаллу имеет практически постоянную фазовую скорость и поэтому слабо рассеивается. Результаты важны для изучения дисклинаций в жидких кристаллах оптическими методами.

Как известно , мезофаза нематического жидкого кристалла обычно представляет собой мутную жидкость. Причина этого состоит в том, что ориентация директора в больших объемах сильно неоднородна. Показатель преломления необыкновенной (e) волны сильно зависит от угла θ между единичным вектором директора $\mathbf{d}$ и направлением распространения $\mathbf{k}/|\mathbf{k}|$:

$$n_e(\theta) = \left[\frac{\cos^2\theta}{n_\perp^2} + \frac{\sin^2\theta}{n_\parallel^2}\right]^{-1/2} \approx n_\parallel + (n_\perp - n_\parallel)\cos^2\theta(\mathbf{r}). \tag{1}$$

Поскольку для типичных НЖК $n_\parallel - n_\perp \sim 0,1 - 0,3$, то флуктуации показателя преломления $n_e(\mathbf{r})$ велики. Угол отклонения луча в геометрооптическом приближении с поперечным градиентом $d\theta/dr \sim a^{-1}$ на длине l составляет $\alpha \sim l(n_\perp - n_\parallel)/a$, что даже для одной неоднородности с $l \sim a$ дает $\alpha \sim 0,1 - 0,3$. Поэтому прохождение e-волны через несколько неоднородностей полностью хаотизирует направление распространения, что и отвечает картине мутной среды.

В настоящей работе мы хотим обратить внимание на тот простой факт, что для обыкновенной (o) волны вариации направления директора не приводят к изменению показателя преломления: $n_o = n_\perp$ и не зависит от θ. Поэтому в самом грубом приближении o-волна распространяется как бы по оптически однородной, т. е. не мутной, среде[1]. Более точное рассмотрение задачи показывает, что и o-волна искажается при распространении по НЖК с неоднородной ориентацией директора, хотя и заметно слабее по сравнению с e-волной.

Рассчитаем, прежде всего, поправку к локальному значению эффективного показателя преломления – поправку, обусловленную неоднородностью ориентации. Вектор индукции $\mathbf{D}(\mathbf{r})$ в световой o-волне мы бу-

[1] Как нам стало известно по завершении настоящей работы, такого рода качественное утверждение было независимо высказано С.М.Аракеляном, Л.Е.Арушанян и Ю.С.Чилингаряном [1].

дем искать в виде

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}) = e^{ik_{o}z}\{\mathbf{e}_{o}(\mathbf{r})A(\mathbf{r}) + \mathbf{e}_{e}(\mathbf{r})B(\mathbf{r}) + \mathbf{e}_{z}(\mathbf{r})C(\mathbf{r})\}. \qquad (2)$$

Здесь $k_{o} = \omega n_{o}/c \equiv \omega n_{\perp}/c$, единичные орты $\mathbf{e}_{o}(\mathbf{r})$ и $\mathbf{e}_{e}(\mathbf{r})$ отвечают o- и e-поляризациям, точно следящим за локальной ориентацией оптической оси:

$$\mathbf{e}_{o}(r) = [\mathbf{d}(\mathbf{r}) \times \mathbf{e}_{z}]/|[\mathbf{d}(\mathbf{r}) \times \mathbf{e}_{z}]|; \quad \mathbf{e}_{z}(r) = [\mathbf{e}_{o}(r) \times \mathbf{e}_{z}]. \qquad (3)$$

Можно показать, что для o-волны $B \sim A\lambda\,|\,\mathrm{grad}\,\mathbf{d}\,|\,/(n_{e} - n_{o})$; $C \sim A\lambda\,|\,\mathrm{grad}\,\mathbf{d}\,|$. Считая $n_{e} - n_{o} \ll n_{o}$, мы будем по этой причине пренебрегать слагаемым $\sim C\,\mathbf{e}_{z}$ в (2). Уравнения Максвелла имеют вид

$$\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\,\mathbf{E} - \omega^{2}\mathbf{D}/c^{2} = 0, \qquad (4)$$

$$\mathbf{E} = \hat{\epsilon}^{-1}\mathbf{D}; \quad \epsilon_{ik}(\mathbf{r}) = n_{\perp}^{2}\delta_{ik} + (n_{\parallel}^{2} - n_{\perp}^{2})d_{i}(\mathbf{r})\,d_{k}(\mathbf{r}).$$

Записывая единичный вектор директора $\mathbf{d}(\mathbf{r})$ в виде

$$\mathbf{d}(\mathbf{r}) = (\mathbf{e}_{x}\cos\phi(\mathbf{r}) + \mathbf{e}_{y}\sin\phi(\mathbf{r}))\sin\theta(\mathbf{r}) + \mathbf{e}_{z}\cos\theta(\mathbf{r}) \qquad (5)$$

из (4) в приближении медленно меняющихся амплитуд $A(\mathbf{r})$ и $B(\mathbf{r})$ при $|B| \ll |A|$, т. е. для o-волны, проектируя уравнение (4) на $\mathbf{e}_{o}$ и $\mathbf{e}_{e}$, получим

$$\frac{\partial A}{\partial z} - \frac{n_{\perp}^{2}}{n_{e}^{2}(\theta)}\,\frac{\partial\phi}{\partial z}\,B = 0, \qquad (6а)$$

$$B = -i\,\frac{2n_{\perp}c}{\omega\,(n_{e}^{2} - n_{\perp}^{2})}\,\frac{n_{e}^{2}}{n_{\perp}^{2}}\,\frac{\partial\phi}{\partial z}\,A. \qquad (6б)$$

Соотношение (6б) означает, что из-за неточной однородности директора $\partial\phi/\partial z$ к o-волне в каждой точке локально примешивается e-волна, делая результирующую поляризацию слабо эллиптической (сравни с результатом для слабо закрученных холестериков [2], стр. 264). Относительная амплитуда примешивания порядка $|B/A| \sim l_{\text{син}}\,\partial\phi/\partial z$, т. е. определяется углом поворота азимута директора $\Delta\phi$ на длине $l_{\text{син}} = \lambda\!\!\!^{-}/(n_{e} - n_{o})$ фазовой рассинхронизации e- и o-волн.

Подстановка (6б) в (6а) дает при $|n_{e} - n_{o}| \ll n_{o}$

$$\frac{\partial A}{\partial z} = i\,\frac{\omega}{c}\,\delta n_{\text{эфф}}(\mathbf{r})A; \quad \delta n_{\text{эфф}} = -\left(\frac{c}{\omega}\right)^{2}[n_{e}(\theta(\mathbf{r})) - n_{o}]^{-1}\left(\frac{\partial\phi}{\partial z}\right)^{2}. \qquad (7)$$

В типичных условиях флуктуации фазы прошедшей волны за счет $\delta n_{\text{эфф}}$ из (7) невелики. В самом деле, пусть характерный размер неоднородности $a \sim 10^{-2}$ см, $|\partial\phi/\partial z| \sim 10^{2}$ см$^{-1}$, $\lambda_{\text{вак}} = 6\cdot10^{-5}$ см, полная толщина кюветы $L = 0{,}5$ см и $n_{e} - n_{o} \sim 0{,}5(n_{\parallel} - n_{\perp}) \sim 0{,}1$. Тогда

$\int\delta\, k dz \sim 0{,}5$, т. е. сама фаза в среднем равна 0,5 радиана. Ее поперечные флуктуации еще примерно в $\sqrt{L/a} \approx 7$ раз меньше и тем самым пренебрежимо малы.

В действительности основной вклад в искажения проходящей через кювету волны вносит сама пространственная зависимость орта $e_o(\mathbf{r})$, который входит коэффициентом при амплитуде $A(\mathbf{r})$ в (2). Если директор хаотически ориентирован уже на стенках кюветы, то проекция $A(\mathbf{r}_\perp, z = 0) = \mathbf{E}_{пад}\mathbf{e}_o(\mathbf{r}_\perp, z = 0)$ на o-волну имеет сильные поперечные неоднородности уже на входе в кювету; то же относится и к неоднородности орта $e_o(\mathbf{r}_\perp, z = L)$ на выходе. Тогда угол рассеяния прошедшей o-волны $\Delta\theta \sim \lambda/a_\perp$, где $a_\perp$ – поперечный размер неоднородности орта.

Если на стенках кюветы за счет их натирания директор имеет однородную ориентацию (планарную или гомеотропную[1]), то изменение орта e_o от входа к выходу может отвечать лишь смене его знака. Наличие или отсутствие такой смены знака для орта e_o, адиабатически следящего за директором, определяется лишь топологическими свойствами распределения директора в объеме вдоль по ходу прямолинейного луча o-волны. Иначе говоря, смена знака орта происходит при поперечном сдвиге луча, пересекающем дисклинацию подходящего типа. Более подробное исследование этого вопроса выходит за рамки настоящей статьи. Мы не обсуждаем также более детально вопрос об области применимости полученного выражения (7); ясно, что оно становится неверным при $n_e - n_o \to 0$, т. е. при распространении вдоль директора.

Таким образом, в настоящей работе делается предсказание о том, что относительно толстая кювета с ориентирующими стенками и плохо ориентированным в объеме наматиком должна рассеивать падающую плоскую o-волну на сравнительно небольшие углы, $\Delta\theta \sim \lambda/a$, где a – характерное поперечное расстояние между проекциями линий дисклинаций на стенки кюветы.

Авторы благодарны Н.В.Табиряну и Е.И.Кацу за ценные обсуждения.

Физический институт им. П.Н.Лебедева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
2 октября 1980 г.

Литература

[1] С.М.Аракелян, Л.Е.Арушанян, Ю.С.Чилингарян. Флуктуации в НЖК в эксперименте по рассеянию света; корреляции при температурном фазовом переходе в изотропную жидкость. ЖЭТФ, 80, 1981 (в печати).

[2] П. де Жен. Физика жидких кристаллов. М., изд. Мир, 1977.

---

[1] Для возбуждения чистой o-волны в гомеотропном случае необходимо наклонное падение волны на кювету.