Письма в ЖЭТФ, том 32, вып. 11, стр. 646 – 650 *5 декабря 1980 г.*

О ВОЗМОЖНОСТИ НИЗКОЧАСТОТНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В МЕТАЛЛАХ

Л. Э. Гуревич, Г. Г. Зегря

Показано, что в металлах, в которых электропроводность и термоэлектрический ток осуществляются электронами нескольких зон, возможно при низких температурах распространение низкочастотных электромагнитных волн с частотой меньше плазменной, если в металле имеется градиент температуры. Эти волны названы нами термоэлектромагнитными.

В [1] было показано, что при наличиии в металле сильного магнитного поля, падающая на него электромагнитная волна может пройти через металл даже в том случае, если ее частота меньше плазменной частоты ω_p.

Настоящая статья посвящена другому случаю, когда в металле возможны слабо затухающие электромагнитные волны частоты $\omega < \omega_p$.

Это – термоэлектромагнитные волны, т.е. электромагнитные волны при наличии градиента температуры $\vec{\nabla} T$ [2, 3]. Мы покажем, что при достаточно низких температурах наличие $\vec{\nabla} T$ приводит к возможности распространения слабо затухающих волн частоты $\omega < \omega_p$ в металлах, в которых электропроводность и термоэлектрический ток обусловлены электронами нескольких энергетических зон. Такие волны недавно были обнаружены в висмуте Копыловым [4, 5].

1. Термоэлектрическое поле при наличии увеличения электронов нескольких зон фононами. Кинетическое уравнение в приближении частоты столкновений ν имеет вид

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial \mathbf{p}} \frac{\partial f_p}{\partial \mathbf{r}} - \frac{\partial \epsilon}{\partial \mathbf{r}} \frac{\partial f_p}{\partial \mathbf{p}} + \nu (f_p - f_p^\circ) = 0,$$

где $f_p\,(d\mathbf{p})$ – функция распределения, нормированная на концентрацию n электронов, $f_p^\circ = f_p^\circ \left(\frac{\epsilon - \mu}{T}\right) = f_p^\circ(\xi)$ – равновесная функция распределения, μ – химический потенциал, T – температура в энергетических единицах, $\epsilon(p)$ – энергия электрона, так что $\partial\epsilon / \partial\mathbf{p} = \mathbf{v}$ (скорость). При наличии ∇T и при учете "фононного ветра" уравнение в линейном приближении принимает вид

$$-\mathbf{v}\, \frac{\vec{\nabla} T}{T} \frac{\partial f_p^\circ}{\partial \xi} \left(\xi + \frac{\partial \mu}{\partial T} + \chi\right) - e\mathbf{E}_\circ \frac{\mathbf{v}}{T} \frac{\partial f_p^\circ}{\partial \xi} + \nu f_1(p) = 0, \quad (1)$$

член $(-\chi \vec{\nabla} T)$ описывает силу, создаваемую фононным ветром; $\chi(\epsilon)$ – безразмерная величина, характеризующая увлечение (взаимное увлечение); $E_\circ$ – термоэлектрическое поле. Если пренебрегать величинами порядка T/μ, то $e\mathbf{E}_\circ = -a \vec{\nabla} T$. $a = \chi(\mu)$. Для металлов $\chi(\mu) \approx 1$. Если в металле распространяется электромагнитная волна, то для определения переменного тока, пропорционального ∇T, надо решить уравнение

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} = \mathbf{v}\vec{\nabla}_\mathbf{r} + \nu\right) f_p^1(t) = \frac{e}{mc}[\mathbf{v}\,\mathbf{B}] \frac{\partial f_1(p)}{\partial \mathbf{v}}, \quad (2)$$

где B – магнитное поле волны. В дальнейшем будет показано, что для термоэлектромагнитных волн $\omega \ll \nu$ и для ряда металлов $\mathbf{kv} \lesssim \nu$. Поэтому мы пренебрегаем ω и для простоты также и $\mathbf{kv}$. Отсюда переменный ток $\mathbf{j} \backsim [\mathbf{B}\vec{\nabla} T]$ порядка $(T/\mu)^2$; в пренебрежении T/μ получим $j = 0$. Ситуация меняется, если в электропроводности и в термоэлектрическом токе участвуют электроны нескольких энергетических зон. Мы рассмотрим для простоты две зоны а и б. В этом случае

$$f_1(p) = \frac{v}{T}\left[eE_0\left(\frac{1}{\nu_a}\frac{\partial f^\circ_{pa}}{\partial \xi_a} + \frac{1}{\nu_b}\frac{\partial f^\circ_{pb}}{\partial \xi_b}\right) + \vec{\nabla} T\left(\frac{\chi_a}{\nu_a}\frac{\partial f^\circ_{pa}}{\partial \xi_a} + \frac{\chi_b}{\nu_b}\frac{\partial f^\circ_{pb}}{\partial \xi_b}\right)\right] \qquad (3)$$

откуда $eE_0 = - a_{ab}\, \vec{\nabla} T$.

$$a_{ab} = \frac{\chi_a n_a m_b \nu_b + \chi_b n_b m_a \nu_a}{n_a m_b \nu_b + n_b m_a \nu_a}. \qquad (4)$$

Подставляя (3) в уравнение для функций f'_a и f'_b аналогичные (2), приходим к выводу, что часть тока j, пропорциональная ∇T, имеет вид

$$j = \eta\,[\mathbf{B}\vec{\nabla} T], \quad \eta = C_{ab}(\chi_a - \chi_b)(m_a\nu_a - m_b\nu_b),$$

$$C_{ab} = \frac{e^2}{c}\,\frac{1}{m_a m_b \nu_a \nu_b}\,\frac{n_a n_b}{n_a m_b \nu_b + n_b m_a \nu_a}. \qquad (5)$$

Этот ток, вообще говоря, не имеет малости T/μ. Коэффициент Нернста – Эттингсгаузена η может быть как положительным, так и отрицательным.

2. Частоты, волновые векторы и фазовые скорости слабо затухающих термоэлектромагнитных волн. Подставляя в уравнение Максвелла полный ток

$$j = \sigma \mathbf{E} + \eta\,[\mathbf{B}\vec{\nabla} T], \quad \sigma = \sigma_a + \sigma_b$$

получим уравнение

$$[\kappa\omega^2 - c^2k^2 + 4\pi i\omega\sigma + 4\pi i c\eta(\mathbf{k}\vec{\nabla} T)]\,\mathbf{E} = -4\pi i c\eta\,\mathbf{k}\,(\mathbf{E}\nabla T), \qquad (6)$$

где κ – диэлектрическая проницаемость решетки. Если $(\mathbf{E}\vec{\nabla} T) \neq 0$, то волны оказываются продольными. Если же $(\mathbf{E}\vec{\nabla} T) = 0$, то они поперечны и дисперсионное соотношение для них имеет вид

$$c^2k^2 - 4\pi i c\eta(\mathbf{k}\vec{\nabla} T) - 4\pi i\omega\sigma - \kappa\omega^2 = 0. \qquad (7)$$

Откуда k равняется

$$k = k' + ik'' = \frac{2\pi i\eta\nabla T}{c} \pm \frac{1}{c}\,[4\pi i\omega\sigma - (2\pi\eta\nabla T)^2]^{1/2}. \qquad (8)$$

Волны слабо затухают, если $k'' \ll k'$; для этого необходимо решение со знаком минус перед корнем и неравенство

$$\omega \ll \omega_{max} = \pi(\eta\nabla T)^2/\sigma. \qquad (9)$$

Если $\omega = \gamma\omega_{max}$, $\gamma \ll 1$, то $k''/k' = \gamma \ll 1$, так что волны затухают слабо. Для этих волн

$$k' = -\frac{\omega\sigma}{c\eta\nabla T} = \gamma k'_{max},$$
$$k'_{max} = -\frac{\omega_{max}\sigma}{c\eta\nabla T} = -\frac{\pi\eta\nabla T}{c}. \tag{10}$$

Следовательно, слабо затухающие волны распространяются в направлении $(-\vec{\nabla}T)$ при $\eta > 0$, и в направлении $(+\vec{\nabla}T)$ при $\eta < 0$. Их фазовая скорость

$$u = \omega/k = c\eta\nabla T/\sigma, \tag{11}$$

т.е. не зависит от частоты. Другое решение, соответствующее знаку плюс перед корнем в (8), дает сильно затухающие волны, распространяющиеся в направлении $(\pm\vec{\nabla}T)$ при $\eta \gtrless 0$. Для них $k''/k' = 1/\gamma \gg 1$. Оценки п.4 показывают, что пренебреженное нами отношение $\omega/\nu \ll \ll \omega/\omega_{max}$, по которому мы разложили в ряд выражение для k, так что разложение было законно.

3. Влияние пространственной дисперсии. При учете пространственной дисперсии коэффициенты σ и η получают одинаковый дополнительный множитель

$$-\frac{3}{4}\left[\frac{2}{a^2} + \frac{i}{a}\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)\ln\frac{1+ia}{1-ia}\right], \tag{12}$$

где $a = kv/\nu = kl$, l – длина свободного пробега электронов, которую мы для простоты считаем одинаковой в обеих зонах. При $a \ll 1$ выражение (12) сводится к множителю $\left(1 - \frac{1}{2}k^2l^2\right)$. Подставляя это в (7) и заменяя k на $k + \delta k$, мы найдем, что для слабо затухающих волн

$$\delta k' = \frac{k}{32}\left(\frac{\omega}{\sigma}\right)^2\left(\frac{c}{u}\right)^4\left(\frac{l\omega}{u}\right)^2,$$
$$\delta k'' = -\frac{k}{16}\frac{\omega}{\sigma}\left(\frac{c}{u}\right)^2\left(\frac{l\omega}{u}\right)^2, \tag{13}$$

при $\eta > 0$. В этих выражениях везде подразумевается абсолютное значение входящих величин. При $\eta < 0$ знаки величин $\delta k'$ и $\delta k''$ изменяются на обратные. Так как согласно п.2 при $\eta > 0$ слабо затухают волны, у которых $k' < 0$ (т.е. волны, распространяющиеся в направлении $(-\vec{\nabla}T)$), а при $\eta < 0$ слабо затухают волны с $k' > 0$, то из приведенных выражений (13) видно, что в обоих случаях с увеличением частоты отношение k'/ω уменьшается, т.е. возрастает фазовая скорость волн. Затухание волн в обоих случаях также возрастает, хотя и медленнее, чем фазовая скорость, В обратном предельном случае $a >> 1$ волны оказываются сильно затухающими.

4. Оценки и сравнение с экспериментом при $T = 4{,}2$ К $\chi \operatorname{grad} T \approx$ ≈ 4 град · см$^{-1}$). Для Cu $\nu \approx 4 \cdot 10^{10}$ [6], тогда (9), (10) и (11) дают значения $\omega_{max} \approx 6 \cdot 10^2$, $k_{max} \approx 10^2$, $u \approx 6$.

Cd: $\nu \approx 10^{10}$, $\omega_{max} \approx 10^4$, $k_{max} \approx 3 \cdot 10^2$, $u \approx 30$.

Al: $\nu \approx 2{,}4 \cdot 10^9$ [7], $\omega_{max} \approx 1{,}6 \cdot 10^5$, $k_{max} \approx 1{,}2 \cdot 10^3$, $u \approx 1{,}3 \cdot 10^3$.

Mo: $\nu \approx 10^9$ [8], $\omega_{max} \approx 2 \cdot 10^6$, $k_{max} \approx 4 \cdot 10^3$, $u \approx 5 \cdot 10^2$.

Bi: $\nu \approx 10^7 \div 10^9$ [9], $\omega_{max} \approx 5 \cdot 10^4 \div 5 \cdot 10^7$, $k_{max} \approx 20 \div 10^3$, $u \approx 10^3 \div 10^5$. При $\omega/\omega_{max} = k/k_{max} \approx 0{,}1$ эти волны затухают сравнительно слабо. Для Al, Mo и Bi пространственная дисперсия может привести к заметному отклонению от соотношения $k \sim \omega$.

Изложенная теория хорошо согласуется с экспериментами Копылова [3, 4] для висмута, которые также приводят к односторонности распространения термоэлектромагнитных волн, к слабой зависимости их фазовой скорости от частоты при малых частотах и к возрастанию фазовой скорости при более высоких частотах. Длины волн в висмуте, полученные нами, по порядку величины также согласуются с экспериментальными данными.

Наша теория дает возможность оценки константы увлечения χ на основании экспериментальных данных о коэффициенте Нернста – Эттингсгаузена η.

Физико-технический институт
им. А.Ф.Иоффе
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
25 октября 1980 г.

Литература

[1] О.В.Константинов, В.И.Перель. ЖЭТФ, **38**, 161, 1960.

[2] Л.Э.Гуревич, Б.Л.Гельмонт. ЖЭТФ, **47**, 1806, 1964.

[3] Л.Э.Гуревич, Г.Г.Зегря. ЖЭТФ, **78**, 123, 1980.

[4] В.Н.Копылов. Письма в ЖЭТФ, **28**, 131, 1978.

[5] В.Н.Копылов. ЖЭТФ, **78**, 198, 1980.

[6] I.R.Long, G.G.Grenier, I.M.Reynolds. Phys. Rev., **140A**, 187, 1965.

[7] В.Г.Скобов, Л.М.Фишер, А.С.Чернов, В.А.Юдин. ЖЭТФ, **67**, 1218, 1974.

[8] И.Ф.Волошин, В.Г.Скобов, Л.М.Фишер, А.С.Чернов. ЖЭТФ, **78**, 339, 1980.

[9] В.Н.Копылов, Л.П.Межов-Деглин. ЖЭТФ, **65**, 720, 1973.