Письма в ЖЭТФ, том 26, вып. 6, стр. 505 – 508 *20 сентября 1977 г.*

АННИГИЛЯЦИОННЫЕ ШИРИНЫ И СДВИГИ КВАЗИЯДЕРНЫХ УРОВНЕЙ $N\bar{N}$ В МОДЕЛИ СВЯЗАННЫХ КАНАЛОВ

Б.О.Кербиков, А.Е.Кудрявцев, В.Е.Маркушин, И.С.Шапиро

Показано, что в случае малого радиуса аннигиляционного взаимодействия аннигиляционные ширины и сдвиги квазиядерных уровней ($N\bar{N}$) остаются малыми при любой интенсивности аннигиляции. При малой интенсивности аннигиляции сдвиг уровня оказывается отрицательным – уровень углубляется.

В настоящее время усиленное внимание теоретиков привлекает изучение систем, которые удерживаются в связанном состоянии взаимодействием с большим радиусом действия сил, но являются нестабильными из-за короткодействующего аннигиляционного взаимодействия. Примером таких систем являются связанные состояния нуклона и антинуклона (квазиядерные мезоны [1]), для которых радиус аннигиляционного взаимодействия $r_a \sim (2m_N)^{-1} \approx 0{,}1$ ф много меньше характерного размера системы ($N\bar{N}$) (1 ф).

Спектр связанных состояний указанных систем в пренебрежении аннигиляционным взаимодействием находится из решения уравнения Шредингера с действительным потенциалом. Учет аннигиляционного взаимодействия приводит к появлению у уровня ширины и сдвига. Недавно предприняты попытки вычислить сдвиги и ширины квазиядерных мезонов с помощью комплексного потенциала оптической модели [2]. Однако, как было выяснено в работе [3], оптический потенциал может использоваться только в задаче рассеяния и непригоден для решения задачи на собственные значения. Правильный учет аннигиляции возможен лишь при многоканальном рассмотрении и приводит к результатам, принципиально отличным от предсказаний оптической модели.

В данной работе мы рассмотрим проблему аннигиляционного сдвига и ширины уровня в нерелятивистской модели двух связанных каналов. Каждый из каналов будем считать двухчастичным: канал h содержит две тяжелые частицы с массой m (аналог канала $N\bar{N}$), канал l отвечает двум невзаимодействующим частицам с массой $\mu < m$ (аналог бозонного аннигиляционного канала). Мы будем полагать все частицы бесспиновыми и нерелятивистскими – последнее условие реально выполняется, например, для процессов $N\bar{N} \to 2\rho$, 2ω.

Гамильтониан $\hat{H}$, входящий в уравнение Шредингера $\hat{H}\Psi = E\Psi$, описывается эрмитовой матрицей 2×2

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} \hat{H}_l & \hat{H}_{lh} \\ \hat{H}_{hl} & \hat{H}_h \end{pmatrix}, \tag{1}$$

где диагональные элементы $\hat{H}_l$ и $\hat{H}_h$ – гамильтонианы каналов l и h – соответственно равны: $\hat{H}_l = k^2/_\mu - 2(m-\mu)$ и $\hat{H}_h = p^2/_m + V(r)$, а недиагональные элементы $\hat{H}_{lh} = \hat{H}_{hl}$ осуществляют связь каналов друг с другом (последнее равенство обусловлено эрмитовостью и T – инвариантностью гамильтониана $\hat{H}$). Волновая функция Ψ имеет две компоненты Ψ_l и Ψ_h, соответствующие каналом l и h.

Уравнение Шредингера легко исследовать, если взять $\hat{H}_{lh}$ в сепарабельном виде (для простоты мы ограничимся парциальной волной с $l = 0$):

$$\hat{H}_{lh} = g\sqrt{m\mu}\,\xi(r)\xi(r'), \tag{2}$$

где g – безразмерная константа, а $\xi(r) = \sqrt{\dfrac{2}{r_a}}\exp\left(-\dfrac{r}{r_a}\right)\Big/ r$, причем $\int \xi^2(r) r^2 dr = 1$. Величина r_a определяет радиус аннигиляционного взаимодействия.

Перепишем уравнение Шредингера в виде:

$$\left.\begin{aligned} |\Psi_l> &= g\sqrt{m\mu}\,(E - H_l)^{-1}|\xi><\xi|\Psi_h> \\ |\Psi_h> &= g\sqrt{m\mu}\,(E - H_h)^{-1}|\xi><\xi|\Psi_l> \end{aligned}\right\}. \tag{3}$$

После умножения (3) слева на $<\xi|$ неизвестные функции $|\Psi_l>$ и $|\Psi_h>$ удается исключить, и мы приходим к уравнению на собственные значения энергии E:

$$<\xi|(E - H_h)^{-1}|\xi><\xi|(E - H_l)^{-1}|\xi> = 1/g^2 m\mu. \tag{4}$$

Матричный элемент $<\xi|(E-H_h)^{-1}|\xi>$ может быть легко вычислен, если воспользоваться спектральным представлением функции Грина тяжелых частиц:

$$(E-H_h)^{-1} = \sum_\lambda \frac{|\phi_\lambda><\phi_\lambda|}{E-E_\lambda} + \int \frac{|\phi_\mathbf{k}><\phi_\mathbf{k}|}{E-k^2/m+i0}\,d\mathbf{k}, \tag{5}$$

где ϕ_λ и $\phi_\mathbf{k}$ – волновые функции связанных состояний (с энергией E_λ) и сплошного спектра тяжелых частиц в отсутствие связи между каналами. В матричном элементе $<\xi|\phi_\lambda>$ удобно выделить в явном виде множитель $(r_a/R)^{3/2}$, где R характеризует размер системы в состоянии λ:

$$<\xi|\phi_\lambda> = \int \xi(r)\phi_\lambda(r)r^2dr = (r_a/R)^{3/2}a_\lambda \tag{6}$$

так что параметры a_λ оказываются порядка единицы. Уравнение (4) в таких обозначениях приводится к виду

$$\sum_\lambda \frac{a_\lambda^2}{E-E_\lambda} = \left(\frac{R}{r_a}\right)^3 - \frac{[1-iK(E)r_a]^2}{g^2m\mu^2r_a^2} + \frac{mr_a^2}{[1-i\kappa(E)r_a]^2}. \tag{7}$$

Здесь $K(E) = [\mu(E+2m-2\mu)]^{1/2}$ и $\kappa(E) = (mE)^{1/2}$. При выводе (7) функции сплошного спектра $\phi_\mathbf{k}$ были заменены плоскими волнами, что можно сделать при достаточно малом r_a и не слишком сингулярном поведении $V(r)$ при $r\to 0$.

В случае слабой связи между каналами, когда $|g|m\mu r_a^2 << 1$ сдвиг уровня ΔE и ширина Γ могут быть найдены по теории возмущений

$$\Delta E \equiv \mathrm{Re}\,E - E_\lambda = -(r_a/R)^3g^2m\mu^2r_a^2\,a_\lambda^2\frac{1-(K(E_\lambda)r_a)^2}{1+(K(E_\lambda)r_a)^2}, \tag{8}$$

$$\Gamma = -2\mathrm{Im}E = 4(r_a/R)^3g^2m\mu^2r_a^2\,a_\lambda^2[1+(K(E_\lambda)r_a)^2]^{-2}. \tag{9}$$

Легко убедиться, что согласно (8) $\Delta E<0$, если $r_a \lesssim \sqrt{2}/m$. Таким образом, при известных условиях аннигиляция вызывает увеличение энергии связи λ (уровень становится глубже). Физическая причина этого явления довольно проста. Она состоит в том, что связь с каналом l может рассматриваться в канале h как дополнительное взаимодействие $V_h = H_{hl}(E-H_l)^{-1}H_{lh}$. В области применимости теории возмущений знак аннигиляционного сдвига ΔE определяется знаком $\mathrm{Re}V_h$. В реалистической квантово-полевой модели взаимодействию V_h с точностью до знака соответствует фейнмановская диаграмма рис. 1. Легко убедиться, что действительная часть такой диаграммы положительно определена и, следовательно, $\Delta E<0$ (диаграмме рис. 1 отвечает $r_a = 1/2m$).

Другим результатом нашего рассмотрения является демонстрация того факта, что аннигиляционные сдвиги и ширины малы, если мал параметр r_a/R. Вне области теории возмущений уравнение (7) может быть решено численно. На рис. 2 показано движение уровня в канале h с увеличением константы g^2 ($r_a/R = 0{,}1$, $\alpha = 1$). Как видно из рисунка, аннигиляционные сдвиги и ширины остаются малыми при любых g^2. Для случая $N\bar{N} \to 2\rho$ (энергия связи при $g = 0$ $\epsilon = 85$ *Мэв*) максимальнйй сдвиг $\Delta E = 15$ *Мэв* ($g^2 \approx 100$) и максимальная ширина $\Gamma \approx 5$ *Мэв* (при $g^2 \approx 50$). Сравнение рис. 2 с предсказаниями оптической модели для системы $N\bar{N}$ [2] показывает, что отвечающий физической природе явления многоканальный подход не имеет ничего общего с использованием оптической модели для вычисления аннигиляционных сдвигов уровней квазиядерных ($N\bar{N}$).

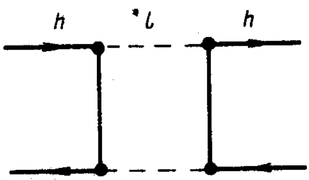

Рис. 1

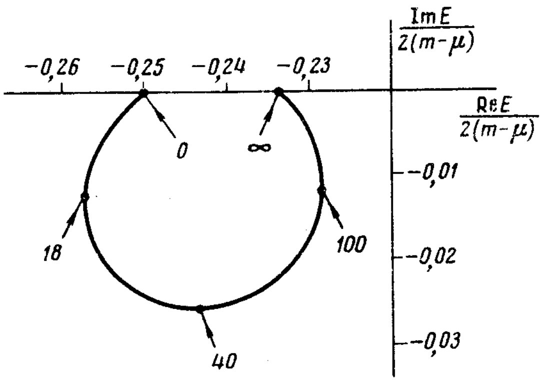

Рис. 2

Неэрмитовость гамильтониана оптической модели приводит всегда к "выталкиванию" уровня, причем с ростом мнимой части потенциала (при любом его радиусе) аннигиляционный сдвиг и ширина неограниченно растут. Истинная же картина движения уровней за счет аннигиляционных эффектов, как было показано выше, значительно сложнее. Главным же является тот факт, что малость размеров аннигиляционной области сравнительно с радиусом орбиты финитного движения обеспечивает малость аннигиляционных сдвигов и ширин.

Институт теоретической
и экспериментальной физики

Поступила в редакцию
15 августа 1977 г.

Литература

[1] И.С.Шапиро. УФН, 16, 173, 1973; L.N.Bogdanova, O.D.Dalkarov, I.S.Shapiro. Ann. Phys., 84, 261, 1974.

[2] F.Myhrer, A.W.Thomas. Phys. Lett., 64B, 59, 1976; F.Myhrer, A.Gersten. CERN Preprint. TH-2170, 1976.

[3] I.S.Shapiro. Preprint ITEP-88, 1977.