Письма в ЖЭТФ, том 26, вып.7, стр. 575 – 578 *5 октября 1977 г.*

О КАЛИБРОВОЧНОЙ ИНВАРИАНТНОСТИ В СУПЕРГРАВИТАЦИИ

Р.Э. Каллош

Исходя из требования калибровочной инвариантности, в теории супергравитации построены новые правила Фейнмана, включающие четырехфермионное взаимодействие фиктивных частиц.

Недавно предложенная теория супергравитации [1, 2] – теория в которой гравитоны и частицы спина 3/2 связаны преобразованиями локальной суперсимметрии – имеет гораздо лучшие свойства перенормируемости [3], чем обычная теория гравитации. Есть надежда, что калибровочная суперсимметрия позволит построить перенормированную теорию гравитации.

При построении квантовой теории супергравитации возникает, однако, ряд нерешенных проблем, одна из которых связана с тем, что преобразования локальной суперсимметрии не соответствуют группе с замкнутой алгеброй [2], как это было во всех до сих пор изученных калибровочных теориях – в теории Янга – Миллса и в обычной теории гравитации. При этом в супергравитации калибровочную инвариантность теории, которая необходима для доказательства перенормируемости и унитарности, обычным способом доказать не удается из-за отсутствия замкнутой алгебры.

Наиболее простой способ исследования калибровочной инвариантности квантовой теории связан с преобразованиями Беки – Руе – Стора – – Тютина (БРСТ) [4], которые заметили, что , хотя инвариантность классического действия теряется, когда в квантовой теории добавляется калибровочное условие и действие фиктивных частиц, результирующее эффективное действие имеет новую нелинейную глобальную инвариантность с антикоммутирующим параметром между калибровочными полями и фиктивными частицами.

Рассмотрим произвольную калибровочную теорию, в которой классическое действие $S_{\text{кл}}[\Phi]$ инвариантно относительно некоторых преобразований калибровочного поля Φ^i (в супергравитации $\Phi^i = \{ e^a_\mu, \Psi^a_\mu \}$

$$\Phi^i \to \Phi^i + R^i_a [\Phi]\, \xi^a (x), \tag{1}$$

$$\frac{\delta S}{\delta \Phi^i} \equiv S_{,i} \quad ; \qquad S_{,i}\; R^i_a = 0, \tag{2}$$

$\xi^a(x)$ – произвольный бесконечно малый параметр преобразования. Тогда эффективное действие квантовой теории строится по правилу [5]

$$S_{\text{эфф}} = S_{\text{кл}} + S_{\text{калибр}} + S_{\text{ф.ч.}}, \tag{3}$$

где член, фиксирующий калибровочное условие, имеет вид

$$S_{\text{кал}} = 1/2\, \Phi^i F_{j\alpha} \tilde{\gamma}^{\alpha\gamma} F_{i\gamma} \Phi^i, \tag{4}$$

а действие фиктивных частиц c^β, имеет вид

$$S_{\text{ф.ч.}} = \bar{c}^\gamma F_{i\gamma} R^i_\beta c^\beta . \tag{5}$$

При этом $S_{\text{эфф}}$ инвариантно относительно преобразований БРСТ [4] с единичным Якобианом

$$\Phi^i \to \Phi^i + R^i_\alpha c^\alpha \Lambda, \tag{6}$$

$$c^\beta \to c^\beta - 1/2 f^\beta_{\alpha\gamma} c^\alpha c^\gamma \Lambda, \tag{7}$$

$$\bar{c}^\gamma \to \bar{c}^\gamma - \Phi^j F_{j\alpha} \tilde{\gamma}^{\alpha\gamma} \Lambda, \tag{8}$$

где Λ – антикоммутирующий параметр, при условии, что преобразования (1) образуют замкнутую алгебру со структурными коэффициентами

$$f^\beta_{\alpha\gamma}\ , \text{ и } \quad \frac{\partial \check{R}^i_\alpha}{\partial \Phi^i} \equiv R^i_{\alpha,\, i} = 0\ ; \qquad f^\beta_{\ \alpha\beta} = 0. \tag{9}$$

Если однако, как в случае супергравитации, калибровочные преобразования образуют замкнутую градуированную алгебру только на уравнениях движения, т.е. обобщенная скобка Ли имеет вид [2]

$$[\, R^i_{\alpha,\, j}\ R^j_\beta \} = R^i_\gamma f^\gamma_{\ \alpha\beta} + \eta^{ij}_{\ \alpha\beta}\, S_{,\, j} \quad , \tag{10}$$

а $S_{\text{эфф}}$ строится по формулам (3 – 5), то при преобразованиях (6 – 8) $S_{\text{эфф}}$ уже не инвариантно [1)]

$$\delta S_{\text{эфф}} = 1/2\, \bar{c}^\gamma F_{i\gamma} \eta^{ij}_{\alpha\beta} S_{,j}\, c^\alpha c^\beta \Lambda \equiv - S_{,\, j}\, \bar{\delta}\Phi^j \Lambda . \tag{11}$$

Как видно из (11), естественно теперь взять новое преобразование поля Φ^i в виде $\delta\Phi^i$, где

$$\tilde{\tilde{\delta}}\Phi^i = (R^i_\alpha c^\alpha + \bar{\delta}\Phi^i)\Lambda = \tilde{\tilde{R}}^i_\alpha c^\alpha \Lambda . \tag{12}$$

[1)] Вариация $S_{\text{эфф}}$ в некоторой конкретной калибровке была впервые вычислена в [6].

При этом $S_{\text{кл}}$ уже не инвариантно относительно преобразований (12) и его вариация в точности скомпенсирует (11). Новое действие для фиктивных частиц определим из требования, чтобы, как в обычном случае, вариация калибровочного условия при преобразовании (12) компенсировалась преобразованием (8) для фиктивной античастицы $\bar{c}^{\gamma}$. Тогда получим

$$\tilde{S}_{\text{ф.ч.}} = \bar{c}^{\gamma} F_{i\gamma} R^i_{\beta} c^{\beta} - 1/4\, \bar{c}^{\gamma} c^{\beta} F_{i\gamma} \eta^{ij}_{\alpha\beta} F_{j\delta} c^{\alpha} \bar{c}^{\delta} \equiv \bar{c}^{\gamma} F_{i\gamma} \tilde{\delta}\Phi^i \qquad (13)$$

$$\tilde{\delta}\Phi^i \equiv R^i_{\alpha} c^{\alpha} + 1/2\, \bar{\delta}\Phi^i. \qquad (14)$$

Найдем теперь вариацию (13) при изменении калибровочного поля (12). Она равна

$$\delta \tilde{\tilde{S}}_{\text{ф.ч.}} = \bar{c}^{\gamma} F_{i\gamma} \tilde{\tilde{\delta}}(\tilde{\delta}\Phi^i) = (-S_{,i}\, \bar{\delta}\Phi^i + 1/2\, \bar{c}^{\gamma} F_{i\gamma} \tilde{\tilde{R}}^i_{\xi} f^{\xi}_{\alpha\beta} c^{\alpha} c^{\beta})\Lambda. \qquad (15)$$

При выводе (15) были использованы следующие факты : 1) из тождества Якоби для циклической перестановки трех последовательных преобразований (1) с учетом (10) следует в супергравитации (с симметризацией по $\alpha\,\beta\,\gamma$)

$$-\eta^{ij}_{\xi\gamma} f^{\xi}_{\alpha\beta} + \eta^{ij}_{\alpha\beta,\kappa} R^{\kappa}_{\gamma} + R^i_{\gamma,\kappa} \eta^{\kappa j}_{\alpha\beta} + \eta^{i\kappa}_{\alpha\beta} R^i_{\gamma,\kappa} = \tilde{\tilde{\eta}}^{ij\kappa}_{\alpha\beta\gamma} S_{,\kappa}, \qquad (16)$$

2) в супергравитации функция $\tilde{\tilde{\eta}}$ оказывается равной нулю, 3) в супергравитации имеет место соотношение

$$\eta^{ij}_{\alpha\beta,\kappa} \eta^{\kappa l}_{\gamma\delta} = 0, \qquad (17)$$

4) в левой части (15) $R^i_{\alpha,j} \eta^{jl}_{\gamma\xi}$ в силу симметрии обладок $\bar{c}^{\gamma} F_{i\gamma}$ и $\bar{c}^{\delta} F_{j\delta}$ можно заменить на $\eta^{ij}_{\gamma\xi} R^l_{\alpha,j}$.

Уравнение (15) означает, что вариация $S_{\text{кл}}$ компенсирует первый член, а вариация фиктивной частицы c^{β} (7) компенсирует второй член в $\delta S_{\text{ф.ч.}}$[1]. Таким образом доказано, что $S_{\text{эфф}}$ (3), (4), (13) инвариантно относительно преобразований (12), (7), (8)[1]. В производящем функционале теории W

$$W = \int d\Phi\, d\bar{c}\, dc \exp i \{S_{\text{эфф}} + J_i \Phi^i + \bar{K}_{\alpha} c^{\alpha} + \bar{c}^{\gamma} K_{\gamma}\} \qquad (18)$$

---

[1] Якобиан преобразования равен 1 при условии (9) и $\eta^{ij}_{\alpha\beta,i} = 0$.

вариации при этом подвергаются только члены с источниками

$$\delta W = i < J_i \,\tilde{\tilde{\delta}}\, \Phi^i + \bar{K}_\alpha \delta c^\alpha + \delta \bar{c}^\gamma K_\gamma > . \tag{19}$$

Дифференцируя (19) по J_i, по κ^γ и по Λ получаем тождество Славнова – Тэйлора [7] в виде

$$i < F_{j\alpha}\, \Phi^j \tilde{\gamma}^{\alpha\gamma} \Phi^i + \bar{c}^\gamma \tilde{\tilde{R}}^i_\alpha\, c^\alpha \big|_{J = k = k = 0} = 0 . \tag{20}$$

Легко проверить, что левая часть (20) равна $\delta W / \delta F_{i\gamma}$, и в силу (20) производящий функционал теории на массовой оболочке не зависит от выбора калибровочного условия $F_{i\gamma}$, что и требовалось доказать.

Как нам стало известно после получения основного результата работы, формулы (13), аналогичные правила Фейнмана в супергравитации были получены Васильевым и Фрадкиным [8] методом канонического квантования.

Физический институт
им. П.Н.Лебедева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
8 сентября 1977 г.

Литература

[1] D.Z.Freedman, P. van Nieuwenhuizen, S.Ferrara. Phys. Rev., D13, 3214, 1976; S.Deser, B.Zumino. Phys. Lett., 62B, 335, 1976.

[2] D.Z.Freedman, P. van Nieuwenhuizen. Phys. Rev., D14, 912, 1976; М.А.Васильев, Е.С.Фрадкин. Препринт ФИАН №197, 1976.

[3] M.T.Grisaru, P. van Nieuwenhuizen, J.A.M.Vermaseren. Phys. Rev. Lett., 37, 1662, 1976; M.T.Grisaru. Phys. Lett., 66B, 75, 1977.

[4] C.Becchi. A.Rouet; R.Stora. Commun. Math. Phys., 42, 127, 1975; И.В.Тютин. Препринт ФИАН №39, 1975.

[5] L.D.Faddeev, V.N.Popov. Phys.Lett., 25B, 29, 1967; B.S. De Witt. Phys. Rev., 162, 1195, 1967; E.S.Fradkin, I.V.Tyutin. Phys. Rev., D2, 2841, 1970.

[6] P.K.Townsend, P. van Nieuwenhuizen. Nucl. Phys., B120, 301, 1977.

[7] А.А.Славнов, ТМФ, 10, 99, 153, 1972; I.C.Taylor. Nucl. Phys., B33, 426, 1971.

[8] E.S.Fradkin, M.A.Vasiliev. Preprint of the Vancoover University, Kanada, 1977, Phys. Lett., в печати