Письма в ЖЭТФ, том 27, вып.1, стр. 44 – 47 5 января 1978 г.

МНОГОЭЛЕКТРОННЫЕ ПУЗЫРЬКИ В ЖИДКОМ ГЕЛИИ

В.Б.Шикин

Посчитаны равновесные характеристики многоэлектронного пузырька в жидком гелии. Исследованы различные механизмы неустойчивости подобного пузыря. Результаты этого исследования позволяют сделать заключение об устойчивости многоэлектронного пузырька в жидком гелии.

В недавнем эксперименте [1] наблюдалось возникновение при потере устойчивости заряженной поверхности жидкого гелия многоэлектронных пузырьков, уходящих в глубь жидкой фазы. Целью данной статьи является описание простейших свойств многоэлектронных пузырьков.

Размеры пузырька R определяются из условия минимума полной энергии W комплекса из z электронов + деформация жидкого гелия

$$W = W_C + W_\perp + W_\sigma, \quad W_C = 2^{-1} z^2 e^2 R^{-1}, \quad W_\perp = 2^{-1}\gamma \hbar^2 m^{-1} \delta^{-2},$$
$$\delta^3 = 2\gamma a_0 R^2 z^{-1}, \qquad W_\sigma = 4\pi R^2 \sigma, \tag{1}$$

W_C – энергия кулоновского отталкивания, z – число электронов в пузыре, $W_\perp$ – энергия локализации электронов вблизи поверхности гелия в радиальном направлении (величина δ в этой части энергии получена минимизацией по δ суммы $ze^2(R - \delta)^{-1} + \gamma\hbar^2 m^{-1}\delta^{-2}$, $\gamma \approx 1$, откуда $\delta^3 = 2\gamma a_0 R^2 z^{-1}$, $a_0 = \frac{\hbar^2}{me^2}$ – боровский радиус; учитывая численное значение боровского радиуса $a_0 \approx 0{,}5$ Å и ожидаемый порядок величины $R >> 10^{-7}$ *см*, можно заключить, что $\delta << R$), W_σ – энергия, обусловленная появлением дополнительной поверхности ждикого гелия, σ — коэффициент поверхностного натяжения на границе пар – жидкость жидкого гелия. Возможный энтропийный вклад в (1) можно не учитывать, если предполагать температуру среды достаточно малой. Энергия Ферми электронов, расположенных на сфере радиуса R имеет более высокий порядок малости по параметру $a_0 R^{-1}$ по сравнению с $W_\perp$.

Минимизируя (1) по R, находим величину равновесного радиуса

$$R^3 = R_C^3(1+\Delta), \qquad R_C^3 = \frac{z^2e^2}{16\pi\sigma}, \qquad \Delta = \left(\frac{\gamma a_0}{4R_C}\right)^{1/3} << 1 \tag{2}$$

Очевидно, что учет $W_\perp$ в полном выражении (1) для W приводит к малой поправке $\sim\Delta$ к величине радиуса R Однако, как будет видно ниже, вычисление R с точностью более высокой, чем R_C, требуется в задаче об деформационной устойчивости многоэлектронного пузыря.

Приступая к обсуждению вопроса об устойчивости подобного образования, следует прежде всего отметить, что сферически симметричное решение (2) имеет место, если гравитационная энергия пузырька, стремящаяся сплющить пузырь, меньше энергии поверхностного натяжения, минимальной при сферической форме пузыря. Записанное в явном виде условие гравитационной устойчивости выглядит так (ρ – плотность гелия, g – ускорение силы тяжести)

$$R^2 \lesssim R_g^2 \qquad R_g^2 \approx 3\sigma\rho^{-1}g^{-1}. \tag{3}$$

Для параметров ρ, σ, характерных для жидкого гелия, величина $R_g \approx \approx 10^{-3}$ *см*. Учитывая определение R (2), можно заключить, что достаточно устойчивые пузырьки с $R < R_g$ могут иметь полный заряд z не более $z \approx 10^5$. Таким образом поверхностная плотность в пузырьке $n_S = z/4\pi R^2$ в отсутствии внешнего давления, дополнительно стабилизирующего многоэлектронное образование, имеет масштаб, сравнимый с плотностями $n_S \approx 10^{10}$ *см*$^{-2}$, достижимыми на плоской поверхности жидкого гелия в области потери ею устойчивости.

Следующий источник неустойчивости – туннельный распад пузыря. Вычисление характерного времени туннельного распада пузыря τ аналогично задаче об α-распаде в ядерной физике [2]

$$\tau^{-1} \approx \omega_0 \exp\left(-\frac{2}{\hbar}S\right), \qquad \omega_0 \approx \hbar m^{-1}\delta^{-2}, \tag{4}$$

$$S = \frac{2}{3}ze^2\left(\frac{2m}{V_C}\right)^{1/2}\left(\frac{V_0}{V_C}\right)^3, \quad V_C = \frac{ze^2}{2R}, \quad \frac{V_0}{V_C} << 1 \tag{5}$$

m – масса свободного электрона, V_0 – потенциалнный барьер для проникновения электрона из вакуума в жидкий гелий, $V_0 \approx 1$ *эв*. Учитывая зависимость V_C от z, нетрудно установить, что $S \sim z^{-1/6}$, т.е. с ростом z вероятность туннелирования растет. Однако даже для максимальных значений $z \approx 10^5$, отвечающих пузырям с $R \lesssim 10^{-3} \lesssim 10^{-3}$ *см*, величина S оказывается все еще достаточно большой: $S\hbar^{-1} \approx 10^2$. При таких значениях показателя экспоненты в (4) вероятность туннельного распада больших пузырей пренебрежимо мала. Следует отметить, что неравенство $V_0 \mid V_C << 1$, существенно использованное для упрощения общего выражения S из (5), выполняется вплоть до $z \gtrsim 10$. В области же $z \lesssim 10$ туннельный распад многоэлектронного пузыря становится невозможным.

Третий тип неустойчивости (назовем ее условно деформационной) возникает благодаря конкуренции кулоновских сил, стремящихся растянуть сферический пузырь в эллипсоид, и сил поверхностного натяжения, удерживающих его в сферическом состоянии. В качестве критерия деформационной неустойчивости можно использовать соотношение возникающее при решении задачи о деформационной устойчивости жидкой капли с заряженной поверхностью [3]

$$16\pi R^3\sigma > z^2e^2 \quad \text{или} \quad R^3 > R_C^3. \tag{6}$$

Необходимыми условиями для использования неравенства (6) является хорошая проводимость поверхности капли и ее несжимаемость, т.е. неизменность объема капли при слабой эллиптической деформации. Оба эти условия выполнены с хорошей точностью для многоэлектронных пузырей: первое в силу большой подвижности электронов вдоль поверхности жидкого гелия (экспериментальный факт), второе, благодаря тому, что деформация пузыря без изменения объема гораздо более вероятна, чем с его изменением (сжимаемость пузыря довольно мала). Учитывая сделанные замечания и подставляя в условие (6) выражение для R (2), мы приходим к требованию

$$\Delta > 0. \tag{6a}$$

Таким образом условие деформационной устойчивости выполняется (в меру $\Delta > 0$), но в отличие от гравитационной неустойчивости, несущественной для пузырей с $R < R_g$, и туннельной, наличием которой можно пренебречь, неравенство (6а) оказывается слабо выраженным. В связи с малостью Δ вопрос о деформационной неустойчивости многоэлектронных пузырей нуждается, по-видимому, в более тщательном изучении.

Институт физики твердого тела
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
29 ноября 1977 г.

Литература

[1] А.П.Володин, М.С.Хайкин, В.С.Эдельман Письма в ЖЭТФ, 26, 707, 1977г.

[2] Л.Г.Ландау, Е.М.Лифшиц. Квантовая механика. М., 1963 г., стр. 212.

[3] Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Электродинамика сплошных сред. М., 1957г., стр. 54.