Письма в ЖЭТФ, том 27, вып. 1, стр. 60 – 64 *5 января 1978 г.*

ГЛЮОННЫЙ КОНДЕНСАТ И ЛЕПТОННЫЕ РАСПАДЫ ВЕКТОРНЫХ МЕЗОНОВ.

А.И.Вайнштейн, В.И.Захаров, М.А.Шифман

Рассмотрены степенные поправки к предсказаниям асимптотической свободы для поляризации вакуума фотоном. Поправки определяются средним по вакууму от квадрата тензора напряженности глюонного поля ("глюонный конденсат"). Проведенный анализ позволяет вычислить лептонные ширины ρ°, ϕ°-мезонов. Результаты хорошо согласуются с опытом.

В настоящей работе вычислены константы лептонных распадов ρ, ϕ-мезонов:

$$g_{\rho}^{2}/4\pi \approx \frac{2\pi}{e} \approx 2{,}3; \tag{1}$$

$$\frac{g_{\phi}^{2}}{g_{\rho}^{2}} \approx \frac{9}{2}\,\frac{m_{\phi}^{2}}{m_{\rho}^{2}-4\pi^{2}\left(f_{K}^{2}\dfrac{m_{K}^{2}}{m_{\rho}^{2}}-f_{\pi}^{2}\dfrac{m_{\pi}^{2}}{m_{\rho}^{2}}\right)}\,e^{1-m_{\phi}^{2}/m_{\rho}^{2}} \approx 10\,. \tag{2}$$

Здесь e – основание натурального логарифма, m_{ϕ}, m_{ρ}, m_K, m_{π} – массы соответствующих мезонов, f_K, f_{π} – константы распадов $K \to \mu\nu$ $\pi \to \mu\nu$ ($f_K \approx 1{,}25 f_{\pi}$; $f_{\pi} \approx 0{,}95 m_{\pi}$). Константы g_{ρ}, g_{ϕ} определены стандартным образом, так что ширина электронного распада равна $\Gamma(V \to e^{+}e^{-}) = \frac{4\pi}{3}\alpha^{2}\frac{m_V}{g_V^{2}}$. Предсказания (1), (2) согласуются с опытом в пределах экспериментальных ошибок.

Вывод соотношений (1), (2) связан с рассмотрением некоторых принципиальных вопросов квантовой хромодинамики. Центральным является предположение о том, что отлично от нуля вакуумное среднее

$$< 0 \mid G^a_{\mu\nu} G^a_{\mu\nu} \mid 0 > , \tag{3}$$

где $G^a_{\mu\nu}$ – тензор напряженности глюонного поля.

Чтобы пояснить, каким образом в рассмотрение входит вакуумное среднее (3), напомним сначала стандартный способ действий в квантовой хромодинамике (см., например, [1]).

Из асимптотической свободы следует, что, скажем, поляризация адронного вакуума в глубокоэвклидовской области надежно вычисляется в теории возмущений по эффективной константе связи кварков с глюонами a_s. С другой стороны, дисперсионные соотношения выражают тот же поляризационный оператор через интеграл от сечения аннигиляции e^+e^- в адроны. Таким образом возникают правила сумм

$$\frac{1}{\pi} \int\limits_{4m_q^2}^{\infty} \frac{ds \, \mathrm{Im}\,\Pi_{QCD}}{(s + Q^2)^{n+1}} = \frac{1}{\pi} \int\limits_{\mathrm{thresh}}^{\infty} \frac{ds \, \mathrm{Im}\,\Pi_{\mathrm{Phys}}}{(s + Q^2)^{n+1}} , \tag{4}$$

где левая часть находится в теории возмущений а правая выражается через наблюдаемые величины. Индекс n в соотношении (4) нумерует порядок производной от поляризационного оператора.

Правила сумм для легких кварков (u, d, s) [2] справедливы, если Q^2 достаточно велико. Для тяжелых (очарованных) кварков можно выбрать $Q^2 = 0$. Подробный анализ правил сумм, которые возникают в последнем случае, был проведен в работах [3, 4]. Оказалось, что первые четыре правила сумм ($n = 1, 2, 3, 4$) согласуются с опытом в пределах нескольких процентов. Для $n = 5$ расхождение составляет примерно 20% и быстро растет с номером n.

Существование таких n, для которых правила сумм при фиксированном Q^2 нарушаются, заранее очевидно. Действительно, физический спектр содержит резонансы, которые отсутствуют в теории возмущений: их появление связано со взаимодействием на больших расстояниях и "пленением" кварков.

С теоретической точки зрения неприменимость правил сумм при больших n связана с вкладом операторов ненулевой размерности в операторном разложении двух токов

$$i \int T \{ j_\mu(x) j_\nu(0) \} e^{iqx} \, dx = \sum_n C_n O_n , \tag{5}$$

где C_n – числовые коэффициенты, которые могут быть вычислены разложением в ряд по $a_s(Q)$. Правила сумм (4) отвечают вкладу единичного оператора, имеющего нулевую размерность. Вклад операторов более высокой размерности (d) подавлен множителем $(\mu/Q)^d$ (или $(\mu/2m_q)^d$ для тяжелых кварков), где μ – порядка обратного радиуса адронов. Тем не менее, при фиксированном Q^2 степенные поправки быстро растут с номером производной и становятся существенными.

Вакуумные матричные элементы операторов в (5), за исключением единичного, равны нулю в теории возмущений и их вычисление требует теории невылетания (связанной с инстантонами [5], калибровочными неоднозначностями [6] или какой-либо другой). Мы предполагаем, что вакуумное ожидание (3) отлично от нуля и рассматриваем феноменологические следствия из этого предположения.

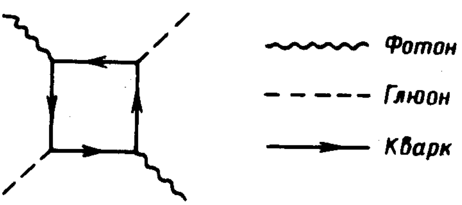
Если вакуумное ожидание (3) отлично от нуля, то к поляризационному оператору, вычисленному по теории возмущений, возникает следующая добавка:

$$\Delta\Pi = \begin{cases} \dfrac{\alpha_s}{12\pi}\dfrac{\langle 0|G^a_{\mu\nu}G^a_{\mu\nu}|0\rangle}{4Q^4}\left[\dfrac{3(a+1)(a-1)^2}{a^2}\dfrac{1}{2\sqrt{a}}\ln\dfrac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1}-\dfrac{3a^2-2a+3}{a^2}\right] & \text{(тяжелые кварки)}, \\ \dfrac{2m_q\langle 0|\bar q\, q|0\rangle}{Q^4}+\dfrac{\alpha_s}{12\pi}\dfrac{\langle 0|G^a_{\mu\nu}G^a_{\mu\nu}|0\rangle}{Q^4} & \text{(легкие кварки)} \end{cases} \qquad (6)$$

где $a = 1 + 4m_q^2/Q^2$; $(Q^2 \equiv -q^2)$; m_q — масса глубоковиртуального кварка, а поляризационный оператор нормирован так что в низшем порядке теории возмущений

$$\mathrm{Im}\Pi^{(o)} = \frac{1}{4\pi}\,\frac{v(3-v^2)}{2}\,\theta(s-4m_q^2), \qquad v = (1-4m_q^2/s)^{1/2}.$$

Коэффициент при операторе $(G^a_{\mu\nu})^2$ в (6) определяется графиками типа представленного на рис. 1.



Добавка (6) ограничивает область применимости формул асимптотической свободы при больших n. Для приложений интересны два случая: легкие кварки (предел $m_q \to 0$) и тяжелые кварки (масса m_q велика, $Q^2 = 0$). Для отношения производных от поляризационного оператора $\Delta\Pi$ и вычисленного в нулевом порядке теории возмущений можно получить

$$\frac{\left(-\dfrac{d}{dQ^2}\right)^n\Delta\Pi}{\left(-\dfrac{d}{dQ^2}\right)^n\Pi^{(o)}} = \begin{cases} +\,n(n+1)\dfrac{\pi^2}{3}\dfrac{\alpha_s}{\pi}\dfrac{\langle 0|G^a_{\mu\nu}G^a_{\mu\nu}|0\rangle}{Q^4} & (7)\ \text{(легкие кварки)} \\ -\dfrac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{2n+5}\dfrac{4\pi^2}{9}\dfrac{\alpha_s}{\pi}\dfrac{\langle 0|G^a_{\mu\nu}G^a_{\mu\nu}|0\rangle}{(4m_q^2)^2} & (8)\ \text{(тяжелые кварки)} \end{cases}$$

Видно, что отношение растет с ростом n. Естественно ожидать, что упоминавшееся расхождение правил сумм для чармония при $n = 5$ связано с вкладом (6). Это предположение фиксирует матричный элемент (3), для которого можно получить тогда следующую оценку:

$$\frac{a_s}{\pi} < 0 | G^a_{\mu\nu} G^a_{\mu\nu} | 0 > \approx 0{,}013 \; (Гэв)^4. \qquad (9)$$

Важно, что один и тот же матричный элемент (3) определяет n, до которых можно пользоваться асимптотической свободой, как для тяжелых так и для легких кварков. Из формул (7), (8) видно, что поправка медленнее растет для легких кварков, то есть можно вычислять большее число производных при одинаковом удалении от особенности ($Q^2 = 4 m_q^2$).

Если для чармония поправка существенна при $n = 5$, то для легких кварков она становится важной при $n \sim Q^2/m_p^2$. Такие правила сумм практически насыщаются вкладом ρ, ϕ-мезонов. Тогда из (4) получаем соотношение (1).

Величина отношения g_ϕ^2/g_ρ^2 в (2) существенно зависит от механизма нарушения $SU(3)$ – симметрии. В квантовой хромодинамике нарушение $SU(3)$ связано с различием затравочных масс кварков. Рассмотрим разность поляризационных операторов, индуцированных токами $j^{(\phi)} = \bar{s}\gamma_\mu s$ и $j^{(\rho)} = 1/\sqrt{2}(\bar{u}\gamma_\mu u - \bar{d}\gamma_\mu d)$. В первом порядке по нарушению $SU(3)$ эта разность определяется оператором $m_q \bar{q} q$ (q – поле кварков u, d или s), вакуумное среднее от которого связано со спонтанным нарушением киральной симметрии. Феноменологически его можно выразить через массу и константу распада псевдоскалярно мезона, воспользовавшись гипотезой частичного сохранения аксиального тока:

$$\begin{aligned} (m_s + m_u) < 0 | \bar{u} u + \bar{s} s | 0 > &\approx - f_K^2 m_K^2 \\ (m_d + m_u) < 0 | \bar{u} u + \bar{d} d | 0 > &\approx - f_\pi^2 m_\pi^2 . \end{aligned} \qquad (10)$$

Рассматривая производную с номером $n \sim Q^2/m_\rho^2$ и учитывая (10), получаем (2).

Отметим, что правила сумм, учитывающие спонтанное нарушение киральной симметрии при небольших n обсуждались в работе [7]. Новым является утверждение о том, что допустимо рассматривать бо́льший номер производной и предсказать ширину лептонного распада ϕ.

Другим возможным приложением является вычисление лептонной ширины векторной частицы, построенной из более тяжелых кварков. Возможно, таким мезоном является Υ с массой около 10 $Гэв$ [8]. Согласно соотношению (8) в этом случае асимптотическая свобода применима вплоть до $n \approx 30$. Интересно, что при таких n в интеграле от физического сечения рождения новых частиц опять доминирует вклад одного резонанса и можно получить:

$$\Gamma(\Upsilon \to e^+e^-) \approx 0{,}5 \; кэв , \qquad (11)$$

где мы предположили, что заряд кварка равен $-1/3$. (Для малых n правила сумм рассмотрены в работе [9]).

Таким образом, с численной точки зрения утверждение сводится к тому, что во всех рассмотренных случаях правила сумм (4) должны быть справедливы вплоть до таких значений n, при которых имеет место насыщение одним резонансом. Число производных зависит нетривиальным образом от массы кварка и определяется из квантовой хромодинамики, если матричный элемент $< 0 | G^a_{\mu\nu} G^a_{\mu\nu} | 0 >$ фиксируется определенным образом (например, из правил сумм для чармония).

Если изложенная точка зрения правильна, то это могло бы быть важным для теории невылетания. В частности, операторное разложение оказывается справедливым не только в старших членах, но и, по крайней мере, в первой степенной поправке. Дальнейшие приложения будут рассмотрены в последующих публикациях.

Институт теоретической
и экспериментальной физики

Поступила в редакцию
9 ноября 1977 г.

Литература

[1] H.D.Politzer. Physics Reports, 14C, 130, 1974.

[2] T.Appelquist, H.Heorgi. Phys. Rev., D8, 4000, 1973; A.Zee, Phys., Rev., D8, 4038, 1973.

[3] V.A.Novikov, L.B.Okun, M.A.Shifman et al. Phys. Rev. Lett., 38, 626, 1977; Phys. Lett., 67B, 409, 1977.

[4] V.A.Novikov, L.B.Okun, M.A.Shifman et al., preprints ITEP-79, 83, 1977.

[5] A.Polyakov. Phys. Lett., 59B, 82, 1975; A.Belavin, A.Polyakov, A.Schwartz, Y.Tyupkin. Phys. Lett., 59B, 85, 1975, A.Polyakov, Nucl. Phys.,B120, 429, 1977.

[6] В.Н.Грибов. Материалы 12-ой зимней школы физики ЛИЯФ, том 1, стр.147, Ленинград, 1977.

[7] А.И.Вайнштейн, М.Б.Волошин, В.И.Захаров и др. ЯФ, 27, 514, 1978.

[8] R.W.Innes et al. Phys. Rev. Lett., 39, 1240, 1977.

[9] G.Farrar, V.A.Novikov, L.B.Okun. et. al., Phys. Lett., 71B, 115, 1977.