Письма в ЖЭТФ, том 27, вып.2, стр. 91 – 94 *20 января 1978 г.*

АВТОМОДЕЛЬНЫЕ АДИАБАТИЧЕСКИЕ ДВИЖЕНИЯ САМОГРАВИТИРУЮЩЕГО ГАЗА В ЗВЕЗДАХ

О.И.Богоявленский

Найдены новые решения задачи о взрыве звезды. Получены все асимптотики автомодельной аккреции газа на центр. Указаны точные решения со сходящейся ударной волной.

Автомодельные сферически-симметричные адиабатические движения идеального самогравитирующего газа впервые были рассмотрены в работах [1,2] в качестве модели взрыва сверхновых звезд (полную библиографию см. в [3]). Система уравнений гидродинамики для автомодельных решений при выполнении интеграла сохранения массы сводится [2] к автономной системе трех дифференциальных уравнений на функции автомодельной переменной $\ln \lambda$, где $\lambda = r\,(\beta A f t^2)^{-1/w}$. Параметрами задачи являются показатель адиабаты $\gamma > 1$ и $1 < w < 3$.

Подробное исследование этой системы методами качественной теории дифференциальных уравнений приводит с следующим новым результатам

1. При $\gamma < 4/3$, $w > 5/2$ все решения задачи о взрыве звезды для чисел Маха ударной волны $M \sim 1$ при $\lambda \to 0$ $(t \to \infty)$ стремятся к равновесному состоянию

$$\rho = A r^{-w}, \quad M = 4\pi A r^{3-w}/(3-w), \quad p = 2\pi A^2 f r^{2(1-w)}/(w-1)(3-w), \; v = 0 \qquad (1)$$

(обозначения являются общепринятыми). Таким образом, после взрыва звезда вновь возвращается к состоянию, подобному исходному. Эти решения могут быть использованы для моделирования повторных взрывов звезд. Отметим, что для этих решений при $\gamma < 4/[3 + (2w-5)^2/8(w-1)]$ скорость газа при $\lambda \to 0$ совершает бесконечное число колебаний около нуля, поэтому приближение газа к состоянию равновесия имеет колебательный характер. Подобный режим движения газа после прохождения ударной волны был найден ранее, в аналогичной задаче в общей теории относительности [4].

При $< 4/[3 + (2w - 5)^2/8(w - 1)]$, $10/7 < w < 5/2$ задача о взрыве звезды имеет счетное множество решений, соответствующих бесконечной последовательности M_i ($i = 1, 2, \ldots$) чисел Маха ударной волны: $M_i \to 1$ при $i \to \infty$. Эти решения при $\lambda \to 0$ имеют асимптотику

$$M = C_1 \beta A r^{3-w} \lambda^{2a(w-1)}, \quad \rho = C_1 \beta A \frac{3\gamma a}{4\pi} \lambda^{2a(w-1)} r^{-w},$$

$$p = C_2 (\beta A f)^{2/w} f^{-1} t^{-4(w-1)/w}, \quad v = \frac{4(w-1)}{3\gamma w} \frac{r}{t}, \tag{2}$$

$$a = (3 - w)/(3\gamma - 2(w-1)).$$

Все решения задачи о взрыве звезды для $M_i < M < M_{i+1}$ имеют расширяющуюся полость внутри газа. В этих решениях скорость газа v после прохождения ударной волны при убывании λ имеет некоторое конечное число колебаний $N(M)$, причем $N(M) \to \infty$ при $M \to 1$. Указанное в работе [2] при $\gamma = 7/6$, $w = 12/5$ точное решение "динамический взрыв равновесия" принадлежит к описанному классу решений с асимптотикой [2]; для этого решения $M^2 = 15/2$.

Автомодельные решения с образованием полости внутри газа при $w = 5/2$ подробно изучались в [2]. Исследование системы в общем случае показывает, что при $\gamma < 2(w - 1)/3$ решений с образованием полости не существует, в частности в этой области значений параметров их нет и в задаче о взрыве звезды.

2. Автомодельные решения, описывающие аккрецию газа на центр могут иметь при $\lambda \to 0$ только одну из следующих двух устойчивых асимптотик. При $4/3 < \gamma < 5/3$ асимптотика

$$M \sim t^{2(3-w)/w}, \quad \rho \sim r^{-1/(\gamma-1)} t^{2(-1 + 1/w(\gamma-1))},$$

$$\tag{3}$$

$$\sim r^{-\gamma/(\gamma-1)} t^{-2(2-(3\gamma-2)/w(\gamma-1))}, \quad -v \sim r^{(3-2\gamma)/(\gamma-1)} t^{-1-2(4-3\gamma)/w(\gamma}$$

При $1 < \gamma < 5/3$ асимптотика

$$M \sim t^{2(3-w)/w}, \quad \rho \sim r^{-3/2} t^{(3-2w)/w},$$

$$p \sim r^{-3\gamma/2} t^{-4+2(2+3\gamma/2)/w}, \quad -v \sim r^{-1/2} t^{(3-w)/w}. \tag{4}$$

В этих асимптотиках в центре симметрии при $t \neq 0$ возникает точечная масса, растущая со временем, поэтому асимптотики (3) и (4) списывают в классической теории аккрецию газа на "черную дыру". В асимптотиках (3) и (4) давление, плотность и температура газа в центре бесконечны, газ падает на центр за конечное время, при этом в асимптотике (3) число Маха течения газа $M \to 0$, а в асимптотике (4) $M \to \infty$ при $\lambda \to 0$.

При $\gamma = 5/3$ имеется устойчивая асимптотика, аналогичная (3) и (4), в которой число Маха течения газа стремится к произвольной константе. При $\gamma = 4/3$ имеется, вместо (3), другая устойчивая асимптотика аккреции, в которой газ падает на центр за бесконечное время и точечна масса не образуется. При $\gamma > 5/3$ автомодельной аккреции не существует.

3. Автомодельные решения со сходящейся ударной волной определены при $t < 0$, $r \geqslant 0$ (см. [5]). Следующее точное решение при $w = (2\gamma - 1)/2(\gamma - 1)$ удовлетворяет всем условиям сшивки на ударной волне. При $0 < \lambda < \lambda_1$

$$M = \frac{r^3}{2ft^2} V^2, \quad v = \frac{r}{(-t)} V, \quad \rho = \frac{(3 - w)V^2}{ft^2 4\pi(2 + wV)} \quad p = 0, \tag{5}$$

где функция $V(\lambda) > 0$ определена уравнением

$$V^{-1}(1 + 3V/2)^{1 - w/3} = \lambda^{w/2}, \tag{6}$$

а параметр λ_1 вычисляется из (6) при $V = 4/w(\gamma - 1)$. При $\lambda > \lambda_1$ решение является равновесным состоянием (1).

Решение (5) – (6) в области перед ударной волной описывает поток пылевидной материи, идущей от центра. При $r \to 0$ это решение имеет асимптотику (3) (после замены $t \to -t$, $v \to -v$) – аналог "белой дыры" в классической теории. При всех γ, w существуют решения, аналогичные (5) – (6), в которых перед ударной волной давление $p > 0$ (если $p = 0$, то при любых γ, w решение можно получить в аналитическом виде). Эти решения указывают режим сжатия "белой дыры" ударной волной, при котором газ переходит в состояние равновесия.

В заключение отметим, что постановка задачи о взрыве звезды [2] и некоторые результаты данной работы переносятся в общую теорию относительности. При этом вместо равновесного распределения (1) используется статическое решение уравнений Эйнштейна с уравнением состояния $p = k\epsilon$ $(0 \leqslant k < 1)$, $\epsilon \sim r^{-2}$:

$$ds^2 = r^{4k/(1+k)} c^2 dt^2 - \frac{1 + 6k + k^2}{(1 + k)^2} dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta \, d\phi^2),$$

которое после специальной замены координат преобразуется к автомодельному виду.

Институт теоретической физики
им. Л.Д.Ландау
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
29 ноября 1977 г.

Литература

[1] P.Carrus, P.Fox, F.Gaas., Z. Kopal. Astroph. J., 113, 496, 1951.

[2] Л.И.Седов. Методы размерности и подобия в механике. М., изд. Наука, 1954.

[3] Э.А.Дибай, С.А.Каплан. Размерности и подобие астрофизических величин. М., изд. Наука, 1976.

[4] О.И.Богоявленский. ЖЭТФ, 73, 1201, 1977.

[5] Я.Б.Зельдович, Ю.П.Райзер. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. Гостехиздат, 1963.