

ЛОКАЛИЗОВАННЫЕ СОСТОЯНИЯ ПАРАМЕТРА ПОРЯДКА  
ВБЛИЗИ ДИСЛОКАЦИИ*В.М.Набутовский, Б.Я.Шапиро*

При температуре выше температуры упорядочения объемной фазы, вдоль дислокации образуются нити новой фазы. Найдены размеры этих областей и температура их возникновения. В случае сверхпроводящего перехода, найдены критические поле и ток разрушающие эти локальные состояния.

1. Дислокации, обладая полем напряжений, взаимодействуют через это поле с упорядочивающейся системой (спиновая система, система куперовских пар). В простейшем случае такое взаимодействие описывается членами вида  $u_{ii}(\mathbf{r})\eta^2(\mathbf{r})$ , где  $u_{ik}$  – тензор деформации,  $\eta(\mathbf{r})$  – параметр порядка (для краевой дислокации  $u_{ii} = (b/2\pi r)(1 - 2\sigma)/(1 - \sigma)$ ), где  $r$  – расстояние до оси дислокации,  $\mathbf{b}$  – вектор Бюргерса,  $\sigma$  – коэффициент Пуассона [1]), возникающими благодаря зависимости температуры упорядочения от плотности вещества. Благодаря медленному спаданию (и наличию знакопеременного множителя)  $u_{ii}$ , вблизи дислокации существует обширная область, в которой переход может произойти при температуре  $T_0$ , более высокой чем температура перехода в объеме  $T_c$ . Ниже мы вычислим  $T_0$ , величину свободной энергии возникающего локализованного состояния  $F$ , а также поведение  $\eta(\mathbf{r})$  вблизи

зи дислокации. Мы будем рассматривать, главным образом, сверхпроводящий фазовый переход и оценим критические поле и ток для локализованного состояния.

2. Свободную энергию запишем в виде функционала Гинзбурга – Ландау ( $\Gamma - \text{Л}$ ):

$$F = \int d^2 r dz \{ C |\nabla \eta|^2 + (-\alpha_0 \tau + \alpha_0 U_1(r)) |\eta|^2 + \beta/2 |\eta|^4 \}, \quad (1)$$

$$\tau = (T - T_c) / T_c; U_1(r) = -B \sin \phi / r; B = \frac{b}{2\pi} \frac{1 - 2\sigma}{1 - \sigma} \frac{\partial \ln T_c}{\partial \ln V}, \quad (2)$$

где  $T$  – температура,  $V$  – удельный объем,  $C$ ,  $\alpha(T)$ ,  $\beta$  – коэффициенты в разложении свободной энергии, или в удобной для нас безразмерной форме:

$$F = F_0 \int d^2 \vec{\rho} d \zeta \{ |\nabla_{\vec{\rho}} \psi|^2 + (U_1(\vec{\rho}) - E) |\psi|^2 + 1/2 |\psi|^4 \},$$

$$\rho = r/l; \psi = -\eta \sqrt{\beta C} / \alpha_0 B; \zeta = z/l, \quad (3)$$

$$U_1(\vec{\rho}) = -\sin \phi / \rho; E = \tau C / \alpha_0 B^2,$$

$$l = -C / \alpha_0 B; F_0 = |\alpha_0| BC / \beta; \alpha_0 \equiv \alpha(0).$$

Задача сводится к минимизации функционала (3). Требуется найти минимальное значение  $E^{(0)}$ , при котором  $F$  также отрицательна. Функционалу (3) соответствует уравнение  $\Gamma - \text{Л}$ :

$$-\Delta \psi + [(U_1(\vec{\rho}) - E) + |\psi|^2] \psi = 0. \quad (4)$$

Для нахождения  $E^{(0)}$  достаточно решить (4) без нелинейного члена. Дислокационный потенциал  $U_1(\vec{\rho})$  не допускает разделения переменных из-за наличия множителя  $\sin \phi$ . Мы рассмотрели наряду с  $U_1$  два потенциала моделирующие дислокационный потенциал:

$$U_2(\rho) = -1/\pi \rho; U_3(\vec{\rho}) = \begin{cases} 2U_2(\rho) & 0 < \phi < \pi \\ \infty & \pi < \phi < 2\pi \end{cases}.$$

Потенциалы "нормированы" так, чтобы их средние по углам значения в области ямы были одинаковы. Потенциал  $U_2$  не учитывает асимметрию по  $\phi$ , а  $U_3$  предельно асимметричен. Истинный потенциал обладает промежуточной асимметрией. Очевидно:

$$E_2^{(0)} < E_1^{(0)} < E_3^{(0)}.$$

Потенциалу  $U_2$  соответствует линейное уравнение, собственными решениями которого являются функции  $\psi_{nm\kappa}^{cs}(\vec{\rho}/\pi)$  (ненормированные) [2]

$$\psi_{nm\kappa}^{cs}(\vec{\rho}) = \exp(i\kappa\zeta) \begin{Bmatrix} \cos m\phi \\ \sin m\phi \end{Bmatrix} \rho_{nm}^m \exp(-\rho_{nm}/2) \times$$

$$\times \Phi(-n, 2m+1; \rho_{nm}); \rho_{nm} = \rho/(n+m+1/2); n, m = 0, 1, 2, \dots, \quad (5)$$

где  $\Phi(a, b, x)$  — вырожденная гипергеометрическая функция. "Уровни энергии" имеют "кулоновский" вид:

$$E_{nm\kappa} = -[\pi(2n+2m+1)]^{-2} + \kappa^2. \quad (6)$$

В частности:  $E_2^{(0)} = E_{000}^c = -1/\pi^2$ ;  $\psi_2^{(0)} = \exp(-\rho/2)$ . Собственные решения для потенциала  $U_3$  имеют вид  $\psi_{nm}^s(2\rho/\pi)$ .

$$E_3^{(0)} = E_{010}^s = -4/9\pi^2; \psi_3^{(0)} = \sin\phi\theta(\phi)\rho\exp(-\rho/3).$$

Приближенное решение с потенциалом  $U_1$  было получено нами с использованием вариационной процедуры и разложением пробной функции по  $\psi_{nm\kappa}^{cs}$ . При четырех пробных функциях  $E_1^{(0)} = -0,089$ , т.е. действительно выполняется (5). Функция  $\psi_1^{(0)} \sim f(\rho, \phi)\exp(-\rho)$ , где  $f(\rho, \phi) \sim 1$  и обладает анизотропией несколько меньшей, чем  $\psi_3^{(0)}(\rho, \phi)$ .

Можно показать, что при  $\Delta E = (E - E_i^{(0)})/E_i^{(0)} \ll 1$  решение нелинейного уравнения имеет вид:  $A(E)\psi_i^{(0)} + O((\Delta E)^{3/2})$ . Минимизация функционала (3) по  $A$  дает:

$$A^2 = \frac{\langle |\psi_i^{(0)}|^2 \rangle}{\langle |\psi_i^{(0)}|^4 \rangle} (E - E_i^{(0)}); \quad F = -\frac{1}{2} F_0 A^4 \langle |\psi_i^{(0)}|^4 \rangle \frac{L}{l}; \quad (7)$$

$$E \geq E_i^{(0)},$$

где  $L$  — длина дислокации,  $\langle x \rangle = \int x d^2\vec{\rho}$ . В частности для истинного потенциала дислокации:  $F \approx -83F_0(E - E_1^{(0)})^2 L/l$  т.е. в этом приближении имеет место скачек теплоемкости при температуре:

$$T_0 = T_c \left( 1 + \frac{a_0 E_1^{(0)} B^2}{C} \right). \quad (8)$$

(Всюду ниже в оценках мы полагали, что формулы (7) имеют место и при  $\Delta E \sim 1$ ).

3. Для сверхпроводников наличие локализованных состояний означает появление сверхпроводящих нитей при температуре выше критической на величину  $\Delta T \approx 0,16T_c(B/\xi_0)^2$ . Характерный диаметр этих нитей:  $l_0 \sim (\xi_0^2/B) \gg \xi_0$ , что позволяет применять к этим состояниям уравнения Г — Л.

Разрушение сверхпроводимости в нитях происходит при верхнем критическом поле  $H_c^{(1)}$  [3]. Рассмотрим случай, когда магнитное поле направлено параллельно оси дислокации. Записывая обычным образом уравнение  $\Gamma - \mathcal{L}$  с полем, в предельном случае "сильного" поля  $\nu \gg 1$ , ( $\nu = el^2 H / \hbar c$ ,  $c$  — скорость света) потенциал дислокации можно учитывать по теории возмущений. В обратном предельном случае по теории возмущений учитывается магнитное поле. Для истинного потенциала дислокации зависимость  $\nu$  от  $E$  имеет вид

$$\nu(E) = 0,13 \sqrt{E - E_1^{(0)}} \quad (E - E_1^{(0)}) / E_1^{(0)} \ll 1$$

$$\nu(E) = 0,05 + 0,5E + 0,23\sqrt{E} \quad E \gg 1. \quad (9)$$

Экстраполяция обеих зависимостей на  $E = 0$  дает  $\nu \approx 0,045$ , что соответствует полям  $H_c^{(1)} \approx 0,26 \Phi_0 (B / \xi_0^2)^2$ , где  $\Phi_0$  — квант потока.

Вдоль образующихся вблизи дислокаций сверхпроводящих областей может течь ток. Критическое значение этого тока для одной дислокации оценено нами для потенциала  $U_2$  из условий:

$$H_c(r) = H_c |\eta(r)|^2 = 2l / rc; \quad -\frac{\partial H_c(r)}{\partial r} = 2l_c / r^2 c \quad (10)$$

так что  $l_c \approx 0,09 c (E - E_2^{(0)}) B H_c$ .

Для  $Nb_3Sn$  полагая  $\xi_0 \approx 65 \text{ \AA}$ ,  $B \approx 10 \text{ \AA}$ ,  $H_c = H_{c1} \approx 300 \text{ тс}$  получим:

$$\Delta T \approx 0,07 \text{ К}; l_0 \approx 230 \text{ \AA}; H_{c2}^{(1)} \approx 3000 \text{ тс}; l_c \approx 10^{-6} \text{ а.}$$

Экспериментально локальные состояния можно обнаружить, например, по резкому падению сопротивления, в местах выхода дислокации на поверхность.

Авторы признательны академику И.М.Лифшицу за внимание к работе и полезное обсуждение.

Институт неорганической химии  
Академии наук СССР  
Сибирское отделение

Поступила в редакцию  
4 октября 1977 г.

### Литература

- [1] Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Теория упругости, М., 1965 г.
- [2] В.Л.Бонч-Бруевич. ФТТ, 3, 47, 1961,
- [3] А.А.Абрикосов. ЖЭТФ, 32, 1442, 1957.