

К ТЕОРИИ МАГНИТОЗВУКОВОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Р.З.Сагдеев, В.И.Сотников, В.Д.Шапиро,
В.И.Шевченко

Исследуется сильная турбулентность магнитозвуковых волн и связанный с ней бесстолкновительный механизм диссипации энергии.

В настоящей статье рассматривается турбулентность магнитозвуковых волн, основным нелинейным эффектом для которой является модуляция плотности плазмы радиационным давлением магнитозвуковой волны и обусловленная такой модуляцией связь магнитозвуковых волн с низкочастотными квазинейтральными движениями плазмы. Исходная система уравнений для описания турбулентности имеет тогда вид

$$\left(\Delta - \frac{\omega_{pe}^2}{c^2} \right) \left[\left(1 + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{He}^2} \right) \frac{\partial^2}{\partial t^2} \Delta \phi + \omega_{pi}^2 \Delta \phi + \omega_{pe}^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - \frac{\omega_{pe}^4}{\omega_{He}^2} \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \right] + \frac{\omega_{pe}^4}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = \left(\Delta - \frac{\omega_{pe}^2}{c^2} \right) \frac{\omega_{pe}^2}{n_0 \omega_{He}} \frac{\partial}{\partial t} [\nabla \delta n, \nabla \phi]_z; \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{T_e + T_i}{M} \Delta \right] \delta n = - \frac{en_0}{M \omega_{He}} \Delta [\nabla v_z, \nabla \phi]_z \quad (2)$$

В этих уравнениях $\phi(t, \mathbf{r})$ – скалярный потенциал в магнитозвуковой волне, $\delta n(t, \mathbf{r})$ – медленная квазинейтральная вариация плотности, черта соответствует усреднению по быстрой частоте, v_z – продольная скорость электронов:

$$m \frac{\partial v_z}{\partial t} = -e E_z.$$

Продольное электрическое поле связано со скалярным потенциалом уравнением

$$(\omega_{pe}^2 - c^2 \Delta) E_z = c^2 \Delta \frac{\partial \phi}{\partial z}.$$

При написании исходной системы уравнений предполагалось, что в плоскости перпендикулярной магнитному полю имеется неоднородность

по двум взаимно перпендикулярным осям, тогда связь высокочастотных и низкочастотных движений становится аномально сильной (см. [1,2]). Закон дисперсии магнитозвуковых волн

$$\omega_k^2 = \omega_{LH}^2 \frac{k^2 c^2 + \frac{M}{m} k_z^2 c^2 \frac{k^2 c^2}{k^2 c^2 + \omega_{pe}^2}}{k^2 c^2 + \frac{M}{m} \omega_{LH}^2 \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{He}^2}} \quad (3)$$

($\omega_{LH} = \frac{\omega_{pi}}{\sqrt{1 + \omega_{pe}^2 / \omega_{He}^2}}$ — частота нижнего гибридного резонанса) допу-

скает возможность локализации волн в кавернах — зонах пониженной плотности, из которых плазма вытеснена силой радиационного давления. Каверны должны быть сильно вытянуты вдоль магнитного поля $k_z/k \lesssim \sqrt{m/M}$. Важная особенность рассматриваемой турбулентности, следующая уже из закона дисперсии (3), состоит в том, что максимальная вариация плотности плазмы и соответственно максимальная амплитуда поля в схлопывающейся ($k \rightarrow \infty$) каверне ограничена

$$|\delta n| \lesssim \frac{\omega_{LH} - \omega_k}{\partial \omega_{LH} / \partial n}.$$

Коллапс в этих условиях невозможен, а коротковолновая перекачка магнитозвуковых волн связана только с модуляционной неустойчивостью. Колебания перекачиваются в область малых длин волн

$$k \gtrsim k_* = \sqrt{\frac{\omega_{pe}}{cR}},$$

$$R = \begin{cases} \sqrt{3} \quad v_{Ti} / \omega_{pi}, & \text{при } \omega_{He} \gg \omega_{pe}, \\ \sqrt{\frac{3}{4} + 3 \frac{T_i}{T_e}} \quad v_{Te} / \omega_{He}, & \text{при } \omega_{He} \ll \omega_{pe}, \end{cases} \quad (4)$$

где рассматриваемая ветвь магнитозвуковых волн "сшивается" с электростатической ветвью нижнего гибридного резонанса (см. рисунок). Дисперсия последней обусловлена тепловым движением $\omega_k^2 = \omega_{LH}^2 + k^2 R^2$ и допускает существование коллапса. Теория диссипации в области нижнего гибридного резонанса, обусловленной поглощением волн в коллапсирующих кавернах частицами, была построена в [2]. Исследуем более подробно коротковолновую перекачку магни-

тозвукowych волн при модуляционной неустойчивости. Дисперсионное уравнение, описывающее модуляционную неустойчивость накачки с частотой ω_k , волновым вектором k_0 и амплитудой E_0 может быть получено по стандартной схеме линейной теории. Оно имеет вид

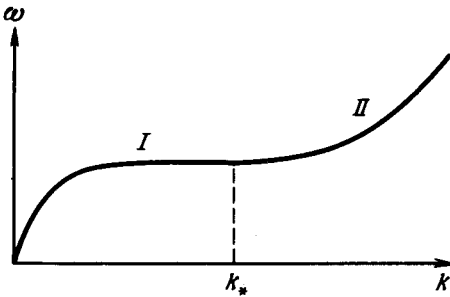
$$\Omega^2 = k^2 c_s^2 \left\{ 1 - \frac{E_0^2}{2\pi n_0 T} \frac{[kk_0]_z^2}{k^2 |k+k_0|^2} \frac{1}{\omega_{LH}^2} \left(\frac{1}{k_0^2 c^2} - \frac{1}{|k+k_0|^2 c^2} \right) \right\}^{-1},$$

$$T = T_e + T_i, \quad c_s^2 = \{ T/M \}. \quad (6)$$

Для простоты мы записали дисперсионное уравнение для возмущений с $ck \gg \omega_{pe}$, $k_z = 0$. При не слишком больших накачках

$$\epsilon = \frac{E_0^2}{4\pi n_0 T} \frac{M}{m} \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{He}^2} \ll 1$$

за счет модуляционной неустойчивости в первую очередь происходит изотропизация спектра накачки в плоскости перпендикулярной магнитному полю. Перекачка по модулю волнового числа имеет место в достаточно узком интервале частот вблизи частоты накачки $\Delta_0 = |\omega_{k+k} - \omega_k| \sim \epsilon \omega_{LH}$. В этих условиях область нижнегибридного резонанса достигается за счет многоступенчатой эстафетной перекачки.



I — Область магнитозвуковых колебаний (эстафетная перекачка), II — область нижнего гибрида (коллапс и поглощение на частицах)

Уравнение для эстафетной перекачки получим в приближении случайных фаз магнитозвуковых волн. Механизм разменивания фаз — рассеяние на флуктуациях плотности, созданных низкочастотными движениями плазмы. Стационарный спектр магнитозвуковых волн, устанавливающийся в результате эстафетной перекачки определяется тогда из интегрального уравнения.

$$\int dk' \frac{k^2 k'^2 \sin^2 \phi}{k^2 + 2kk' \cos \phi} \frac{|E_{k'}|^2}{16\pi^4 n_0 T} = \frac{\omega_{LH}^2}{c^2}. \quad (7)$$

Так же как и при получении (5) здесь рассматриваются возмущения с $kc \gg \omega_{pe}$, $k_z = 0$; ϕ — угол между векторами k и k' . Рассматривается область частот, отстоящая достаточно далеко от накачки, когда

вкладом последней в уравнение (7) можно пренебречь. В предположении об изотропии спектра приближенное решение этого уравнения

$$\frac{|E_{k_{\perp}}|^2}{4\pi n_0 T} = \frac{\omega_{LH}^2}{2\pi c^2 k_{\perp}^4} \ln^{-1} \frac{k_{\perp} c}{\omega_{pe}}. \quad (8)$$

Такой спектр соответствует примерному (с логарифмической точностью) равномерному распределению энергии магнитозвуковых волн по частотам, при котором на интервал частот Δ_0 , непосредственно связанный с накачкой, приходится энергия $\approx E_0^2$. Полная энергия магнитозвуковых волн

$$W = \int_{\frac{\omega_{pe}}{c}}^{k_*} \omega \frac{\partial \epsilon}{\partial \omega} |E_{k_{\perp}}|^2 k_{\perp} dk_{\perp} = n_0 T \frac{m}{M}. \quad (9)$$

Стационарность спектра поддерживается за счет накачки, в решении существует постоянный поток энергии в сторону малых масштабов $J = \gamma_{\text{мод}} W$ ($\gamma_{\text{мод}} \sim k_0 c_s$ — инкремент модуляционной неустойчивости накачки, определяемый из (5)). При этом "эффективная частота столкновений", определяющая скорость диссипации энергии из волны накачки, оказывается равной

$$\nu_{eff} = \frac{1}{E_0^2} \frac{dE_0^2}{dt} \approx \gamma_{\text{мод}}.$$

Поток энергии достигает области нижнего гибридного резонанса, где диссипируется за счет коллапса. Энергию колебаний в этой области можно оценить из условия постоянства потока энергии по спектру

$$J = -\nu_{eff}^{LH} W^{LH}; \quad \nu_{eff}^{LH} = \omega_{LH} \frac{M}{m} \frac{\omega_{He}^2}{\omega_{pe}^2} \frac{W^{LH}}{4\pi n_0 T} \quad \text{— эффективная частота}$$

диссипации для нижнего гибрида (см. [2]). Таким путем получим

$$W^{LH} = 4\pi n_0 T \frac{m}{M} \frac{\omega_s}{\omega_{LH}} \left[\frac{E_0^2}{4\pi n_0 T} \frac{M}{m} \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{He}^2} \frac{\omega_{LH}}{\omega_s} \right]^{1/2}.$$

$$\omega_s = k_0 c_s.$$

Множитель в квадратных скобках обычно велик по сравнению с единицей, что соответствует условию применимости сильной турбулентности к рассматриваемой задаче. Интегрируя в (8) по $k \geq k_*$ и сравнивая

результат с W^{LH} , убеждаемся, что в области нижнего гибрида происходит накопление колебаний, связанное с достаточно медленной диссипацией соответствующей ветви.

Одно из возможных применений изложенных результатов – теория бесстолкновительных ударных волн, распространяющихся в плазме поперек магнитного поля [3]. Коротковолновая перекачка по спектру обусловленная модуляционной неустойчивостью и последующее поглощение на частицах создают эффективный механизм диссипации энергии нелинейной магнитозвуковой волны, порог которого существенно меньше чем для токовых неустойчивостей на фронте волны. Структура образующейся при этом ударной волны определяется соответствующими формулами работы [3] с заменой частоты парных столкновений $\bar{\nu}$ на эффективную частоту диссипации ν_{eff} , определяемую формулой (9).

Институт космических исследований
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
31 октября 1977 г.

Литература

- [1] С.Л.Мушер, Б.И.Стурман. Письма в ЖЭТФ, 22, 537, 1975.
 - [2] В.И.Сотников, В.Д.Шапиро, В.И.Шевченко. Физика плазмы, 1977.
 - [3] Р.З.Сагдеев. Сб. Вопросы теории плазмы, М., Атомиздат, 4, 20, 1964.
-