*Письма в ЖЭТФ, том 26, вып. 11, стр. 756 – 759* *5 декабря 1977 г.*

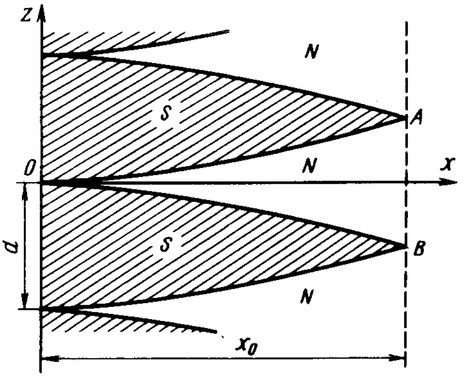
# О СТРУКТУРЕ ДВУМЕРНОГО СМЕШАННОГО СОСТОЯНИЯ СВЕРХПРОВОДНИКОВ ПЕРВОГО РОДА

*А.Ф.Андреев, Ю.К.Джикаев*

Показано, что слой двумерного смешанного состояния, возникающий на внутренней поверхности полого цилиндрического образца с током, не слишком превышающим критический, имеет макроскопическую толщину и периодическую структуру с периодом порядка сверхпроводящей длины когерентности.

Возможность возникновения смешанного состояния на поверхности сверхпроводника первого рода обсуждалась еще в первых работах Ландау [1 – 3] по теории промежуточного состояния. При этом речь шла о состоянии металла, возникающем в пределе столь сильного измельчения структуры слоистого промежуточного состояния, что деление фаз на нормальную и сверхпроводящую теряет смысл. Рассматривались две различные ситуации. В одной из них [1, 2] смешанное состояние появлялось в термодинамически равновесных условиях в результате бесконечного разветвления выходящих на поверхность слоев. После работ Шальникова и Мешковского [4] и Лифшица и Шарвина [5] стало ясно, однако, что разветвления, достаточного для образования смешанного состояния не происходит. В другой ситуации [3] смешанное состояние должно возникать на внутренней поверхности полого цилиндрического сверхпроводника, по которому протекает ток $I > I_i$, где $I_i = I_c(r_1^2 + r_2^2)/2r_1 r_2$, $I_c = CH_c r_2/2$ – критический ток Силсби, $r_1$, $r_2$ – радиусы внутренней и внешней поверхностей образца. В этой ситуации во всем объеме имеется электрическое поле, но так как магнитное поле на внутренней поверхности равно нулю, на ней должна возникать сверхпроводимость, сосуществующая с электрическим полем. Существование такого двумерного смешанного (ДС) состояния экспериментально подтверждено Ландау и Шарвиным [6]. (Дальнейшие исследования см. [8, 7]). По поводу фактической структуры ДС состояния высказывались различные точки зрения. В работах [9, 10] ДС слой рассматривался как некоторое однородное вдоль поверхности резистивное состояние сверхпроводника. Такая картина оправдана в случае [10] предельно сильных электрических полей, практически подавляющих сверхпроводимость. В обычном случае [9] оставалась неясной роль электрического поля. Горьков и Дорохов [11] предложили качественную картину, согласно которой ДС слой состоит из макроскопических сверхпроводящих участков без электрического поля, разделенных нормальной фазой.

В настоящей работе получено точное решение задачи о полом тонкостенном цилиндре с током, близким к $I_i$. Вблизи внутренней поверхности возникает макроскопический слой своеобразного промежуточного состояния, период структуры которого быстро убывает с ростом тока. При $I - I_i \sim I_i$ период сравнивается по порядку величины со сверхпроводящей длиной когерентности. Толщина же слоя остается макроскопической. Таким образом, мы в некотором смысле возвращаемся к первоначальной картине смешанного состояния.




Структура промежуточного состояния, возникающего вблизи внутренней поверхности, изображена на рисунке. Ось $z$ является образующей внутренней поверхности цилиндра, ось $x$ направлена по радиусу вглубь образца. Сверхпроводящие области заштрихованы. Предполагая, что толщина слоя $x_0 \ll l = r_2 - r_1 \ll r \approx r_1$, будем рассматривать плоскую задачу. Пусть $z = \pm z_0(x)$, $(x < x_0)$ — уравнения граничных кривых $OA$ и $OБ$. В расположенной между ними нормальной фазе магнитное поле $H \equiv H_y(x, z)$ можно искать в виде разложения $H(x, z) = H_0(x) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 H}{\partial z^2} z^2$ по $z$, поскольку, как будет видно ниже, период структуры $d$ много меньше $x_0$. Предполагая, что структура является статической и потому магнитное поле удовлетворяет уравнению Лапласа $\Delta H = 0$, получим

$$H(x, z) = H_0 - \frac{1}{2} H_0'' z^2, \tag{1}$$

где штрихом обозначено дифференцирование по $x$. Из формулы (1) находим отличные от нуля компоненты электрического поля

$$\frac{4\pi\sigma}{c} E_x = -\frac{\partial H}{\partial z} = H_0'' z, \qquad \frac{4\pi\sigma}{c} E_y = \partial H/\partial x \approx H_0'.$$

Здесь $\sigma$ — проводимость нормальной фазы. В написанных равенствах мы пренебрегли связанными с кривизной цилиндра членами, относительный порядок которых $x_0^3/\Delta r\, d$ предполагается малым. На границах со сверхпроводящей фазой, т. е. при $z = \pm z_0(x)$, должны обращаться в нуль касательные компоненты электрического поля. Отсюда получаем следующее условие

$$\frac{d}{dx}(H_0' z_0) = 0. \tag{2}$$

Специфика рассматриваемой структуры заключается в том, что в граничном условии, накладываемом на абсолютную величину магнитного поля на границе со сверхпроводящей фазой, необходимо учесть лапласовское давление, т. е. написать $H^2/8\pi = H_c^2/8\pi - \alpha/R$, где $H_c$ — критическое поле, $\alpha$ — коэффициент поверхностного натяжения, $R$ — радиус кривизны поверхности. Обычно член с поверхностным натяжением исчезающе мал. Здесь он играет определяющую роль. С учетом неравенства $x_o >> d$ последнее условие можно представить в виде

$$H_o = H_c\left(1 - \frac{\Delta}{2} z_o''\right) , \qquad (3)$$

где поверхностное натяжение записано, как обычно, в виде $\alpha = (H_c^2/8\pi)\Delta$, $\Delta$ — параметр длины, совпадающий по порядку величины с длиной когерентности $\xi(T)$. Условия (2) и (3) показывают, что функция $z_o(x)$ должна удовлетворять уравнению $z_o z_o''' = \mathrm{const}$, которое имеет следующее точное решение, удовлетворяющее, как мы увидим, всем физическим требованиям:

$$z_o(x) = \frac{d}{2}\left(\frac{x}{x_o}\right)^{3/2}. \qquad (4)$$

Из (3) и (4) следует, что магнитное поле в нормальной фазе практически (с точностью $\Delta d^3/x_o^4$) не зависит от $z$ и при $x \lesssim x_o$ равно

$$H(x) = H_c\left(1 - \frac{3\Delta d}{16 x_o^{3/2} x^{1/2}}\right). \qquad (5)$$

Второй член в скобке последней формулы должен рассматриваться как малая поправка к первому. Эта поправка, будучи отрицательной, стремится к бесконечности при $x \to 0$, так что при очень малых $x$ формула (5) не применима. Такое поведение магнитного поля однако, вполне согласуется с тем, что на самой поверхности $x = 0$ оно должно обращаться в нуль. На другой границе слоя $x = x_o$ магнитное поле меньше $H_c$, но это уменьшение относительно весьма мало $\Delta d/x_o^2 << 1$.

Для полного определения структуры промежуточного состояния остается найти период $d$ и толщину слоя $x_o$ путем минимизации при заданном значении полного тока через образец термодинамического потенциала $\tilde{\mathcal{F}}$, плотность которого [13, 12] в сверхпроводящей фазе равна нулю, а в нормальной — равна $(H_c^2 - H^2)/8\pi$. Вклад области $x < x_o$ в термодинамический потенциал единицы длины цилиндра есть сумма объемной

$$\frac{1}{d}\int_0^{x_o} \frac{H_c^2 H^2}{8\pi} 2\pi r 2 z_o(x)\, dx = \frac{3}{64} H_c^2 \cdot \frac{\Delta d r}{x_o}$$

и поверхностной

$$\frac{1}{d}\,\frac{H_c^2}{8\pi}\,\Delta 2\pi r 2 x_o = \frac{H_c^2}{2}\,\frac{x_o r \Delta}{2}$$

частей. Вычисление вклада области $x > x_o$ по существу совпадает с соответствующими вычислениями работы [8]. Приведем окончательные результаты для $d$ и $x_0$:

$$d = \frac{2I_i \Delta}{I - I_i}, \qquad x_0 = \frac{1}{2}(3l)^{1/3}\left(\frac{I_i \Delta}{I - I_i}\right)^{2/3}. \tag{6}$$

Область применимости написанных формул определяется неравенствами

$$\frac{\Delta}{l} << \frac{I - I_i}{I_i} << 1, \quad \frac{l}{r} << \frac{I - I_i}{I_i},$$

где $r \approx r_1 \approx r_2$. В силу (6) они эквивалентны использованным при выводе условиям $d >> \Delta$, $x_0 << l$, $x_0^3 << \Delta r d$.

Формулы (6) позволяют проследить переход от промежуточного состояния к смешанному при увеличении тока $I$. На границе области применимости, т. е. при $I - I_i \sim I_i$, из (6) получаем $d \sim \Delta$ и $x_0 \sim \Delta^{2/3} l^{1/3}$. Можно сказать, что в этом случае макроскопический слой ($x_0 >> \Delta$) металла, прилегающий к внутренней поверхности, находится в смешанном состоянии. Сверхпроводящий параметр порядка, электрическое и магнитное поля в смешанном состоянии являются периодическими функциями координаты вдоль поверхности с периодом порядка длины когерентности.

Выражаем благодарность И.Л.Ландау и Ю.В.Шарвину, беседы с которыми во многом стимулировали данную работу.

Институт физических проблем
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
1 ноября 1977 г.

## Литература

[1] Л.Д.Ландау. Nature, **141**, 688, 1938.

[2] Л.Д.Ландау. ЖЭТФ, **13**, 377, 1943.

[3] Л.Д. Ландау. Частное сообщение Д.Шенбергу, см. D.Shoenberg, Superconductivity, Cambridge, University Press, 1938, p. 59.

[4] А.Мешковский, А.Шальников. ЖЭТФ, **17**, 851, 1947.

[5] Е.М.Лифшиц, Ю.В.Шарвин. ДАН СССР, **79**, 783, 1951.

[6] И.Л.Ландау. Ю.В.Шарвин. Письма в ЖЭТФ, **10**, 192, 1969.

[7] И.Л.Ландау. ЖЭТФ, **64**, 557, 1973.

[8] И.Л.Ландау. ЖЭТФ, **67**, 250, 1974.

[9] А.Ф.Андреев, П.Текель. ЖЭТФ, **62**, 1540, 1972.

[10] А.Ф.Андреев. В.Бестген. ЖЭТФ, **64**, 1865, 1973.

[11] Л.П.Горьков, О.Н.Дорохов. ЖЭТФ, **67**, 1925, 1974.

[12] Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Электродинамика сплошных сред. Физматгиз, 1959, § 32.

[13] А.Ф.Андреев. ЖЭТФ, **54**, 1510, 1968.