

АСИМПТОТИКА АДРОННЫХ ФОРМФАКТОРОВ В КВАНТОВОЙ ХРОМОДИНАМИКЕ

В.Л.Черняк, А.Р.Житницкий, В.Г.Сербо

Представлен метод, позволяющий находить точные (во всех порядках по константе связи) асимптотики адронных формфакторов в квантовой хромодинамике. Метод может быть применен и для вычисления формфакторов связанных состояний в других моделях теории поля, для расчета адронных амплитуд рассеяния на большие углы и т. п. В качестве примера применения метода найдена точная асимптотика электромагнитного формфактора пиона.

В работе [1] был предложен метод вычисления асимптотик адронных формфакторов и описаны результаты, получающиеся при учете взаимодействия на малых расстояниях в низшем порядке по константе связи. Цель данной статьи представить метод суммирования всего ряда теории возмущений для данной задачи.

Рассмотрим, например, диагр. рис. 1, а. Введем параметр промежуточного обрезания σ такой, что $\mu_0^2 \ll \sigma^2 \ll |q^2|$, $\mu_0 \sim 1$ Гэв.

Интегрирование по каждой петле разобьем на область "больших" ($k_i > \sigma$) и "малых" ($k_i < \sigma$) импульсов. Круг на диагр. рис. 1, а определяет одно из слагаемых получившейся суммы, отделяя область "малых" расстояний (внутри круга импульсы $k_i > \sigma$) от области "больших" расстояний (вне круга импульсы $k_i < \sigma$). Во внутренних петлях малыми импульсами внешних петель можно пренебречь, и диагр. эффективно стягивается, превращаясь в рис. 1, б (т. е. из малой области, окружающей точку "0", действует локальный оператор, стянутые петли представляют часть его матричного элемента между обкладками). Суммируя различные диагр. и различные методы разбиения одной диагр. получим разложение ($q = p' - p$, p' и p — импульсы адронов):

$$\langle p' | J(0) | p \rangle_{\Lambda} \rightarrow \sum_n \oint dx C_n(\Lambda, x, \sigma) \langle p' | O_n(x) | p \rangle_{\sigma} = \sum_n C_n(\Lambda, q, \sigma) \langle p' | O_n(0) | p \rangle_{\sigma}. \quad (1)$$

Функции C_n в (1) представляют вклад стянутых петель (область малых расстояний). Значок σ в $\langle O_n \rangle_{\sigma}$ означает, что интегралы по петлям в этом матричном элементе обрезаны сверху на σ (и аналогично общее верхнее обрезание $\Lambda^2 \gg |q^2|$).

Разложение (1) есть промежуточный этап получения ответа, поскольку в матричном элементе $\langle p' | O_n | p \rangle_{\sigma}$ имеется большая передача импульса. Однако, непосредственное рассмотрение диаграмм, опреде-

ляющих $\langle p' | O_n | p \rangle_\sigma$, показывает следующее¹⁾ (пусть для определенности кварки 1 и 2 на рис. 1 принадлежат одному адрону, а 3 и 4 — другому). А) Из диаграмм, содержащих обмены частицами между линиями с большой передачей импульса ($\sim q$), выживают лишь диагр. эйконального типа (рис. 2, а). Остальные диагр. (типа рис. 2, б) подавлены степенным образом (из-за обрезания интегралов сверху на σ). Б) Вследствие нейтральности адронов по цвету эйкональные вклады (обрезанные сверху на σ и при наличии массы глюона λ) полностью сокращают друг друга в каждом порядке теории возмущений.

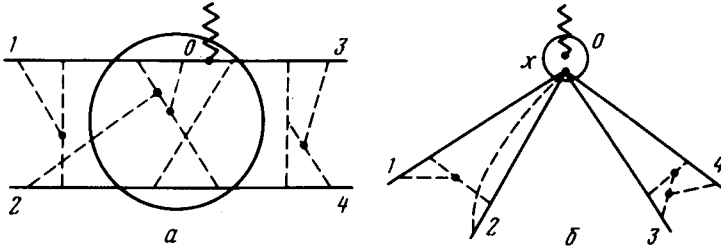


Рис. 1

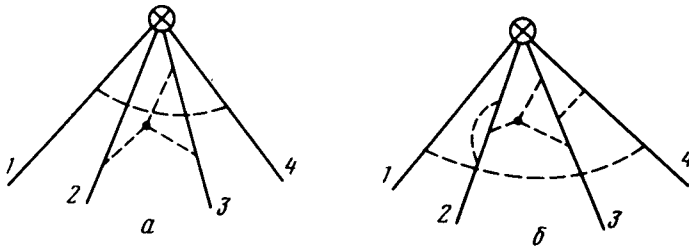


Рис. 2

В итоге все диагр. в $\langle p' | O_n | p \rangle_\sigma$, содержащие обмены между линиями с большой передачей импульса, дают в сумме нулевой вклад,²⁾ и остаются лишь диагр., не содержащие таких обменов (типа рис. 1, б).

¹⁾ При прямом вычислении диаграмм мы пренебрегали энергией связи кварков в адроне и вводили массу глюона λ порядка обратного радиуса адрона. Кварки находятся на (или вблизи от) массовой поверхности.

²⁾ В электродинамике это утверждение легко проверяется во всех порядках по константе связи, поскольку эйкональные вклады факторизуются и суммируются в экспоненту. В хромодинамике мы проверили это утверждение для одно- и двухпетлевых диаграмм. Из рассмотрения ясно, однако, что сокращение будет выполняться и в высших порядках. В ренормируемых теориях без векторных мезонов эйкональные вклады вообще отсутствуют, так что это утверждение очевидно справедливо. Вклады от эйкональных диагр., идущие из области больших импульсов, включены в функции C_n в (1). В n -м порядке теории возмущений отдельные диагр. дают вклады $\sim (g^2 \ln^2 q^2)^n$, однако сумма всех диагр. n -го порядка дает вклад $\sim (g^2 \ln q^2)^n$ поскольку все дваждылогарифмические члены сокращаются вследствие нейтральности адронов по цвету.

Это позволяет произвести дальнейшее разложение в формуле (1):

$$\langle p' | J(0) | p \rangle_{\Lambda} \rightarrow \sum_{n_1} \sum_{n_2} C_{n_1 n_2}(\Lambda, q, \sigma) \langle p' | O_{n_1}(0) | 0 \rangle_{\sigma} \langle 0 | O_{n_2}(0) | p \rangle_{\sigma} \quad (2)$$

Теперь можно применить ренормгруппу, поскольку матричные элементы справа в (2) уже не содержат больших инвариантных переменных (превосходящих σ). Ренормгруппа определяет зависимость $\langle O_n \rangle_{\sigma}$ от σ и $\langle J \rangle_{\Lambda}$ от Λ (μ_0 — точка вычитания):

$$\langle O_n \rangle_{\sigma} = Z_n^{-1}(\sigma^2/\mu_0^2, g^2) \langle O_n^R \rangle_{\sigma=\infty}; \quad \langle J \rangle_{\Lambda} = Z_J^{-1}(\Lambda^2/\mu_0^2, g^2) \langle J^R \rangle_{\Lambda=\infty}.$$

Поэтому перенормировка $C_{n_1 n_2}$ в (2) имеет вид

$$\langle p' | J^R(0) | p \rangle \rightarrow \sum_{n_1 n_2} C_{n_1 n_2}^R(q, \mu_0, g^2) \langle p' | O_{n_1}^R(0) | 0 \rangle \langle 0 | O_{n_2}^R(0) | p \rangle, \quad (3)$$

$$C_{n_1 n_2}^R(q, \mu_0, g^2) = Z_J(\Lambda^2/\mu_0^2, g^2) Z_{n_1}^{-1}(\sigma^2/\mu_0^2, g^2) Z_{n_2}^{-1}(\sigma^2/\mu_0^2, g^2) C_{n_1 n_2}(\Lambda, q, \sigma, g_0^2). \quad (4)$$

Из (4) обычным образом [2] получаем

$$C_{n_1 n_2}^R(q, \mu_0, g^2) = C_{n_1 n_2}^R(\mu_0, \mu_0, \tilde{g}^2) (q^2/\mu_0^2)^d \exp \left\{ \int_{g^2}^{\tilde{g}^2} \frac{dS}{\beta(S)} [\gamma_J(S) - \gamma_{n_1}(S) - \gamma_{n_2}(S)] \right\}, \quad (5)$$

где \tilde{g} — эффективная константа связи, γ_i — аномальные размерности (множитель $(q^2/\mu_0^2)^d$ поддерживает обычную размерность).

Формулы (3) и (5) представляют основной результат данной работы. Для мезонов, например, типичные операторы O_n (в (3) имеют вид $\partial^k (\bar{\psi} D^n - k \Gamma, \psi)$ ($\partial \equiv \partial/\partial x_{\mu}$, $D = i\partial - gB$, Γ — числовая матрица). Если в функциях C^R в (3) пренебречь членами $\sim g^2 \ln q^2$ по сравнению с единицей, то суммы по локальным операторам O_{n_1} и O_{n_2} в (3) свернутся в матричные элементы билакальных операторов, и мы получим результаты работы [1].

Вид асимптотики (3) существенно упрощается в области $g^2 \ln q^2 \gg 1$. Поскольку γ_n растут монотонно с ростом n , в суммах по n_1 и n_2 в (3) можно ограничиться лишь первыми членами разложения, т. е. операторами с минимальными γ_i (точнее, с минимальным "твистом"). Поэтому при очень больших $|q^2|$

$$\langle p' | J^R(0) | p \rangle \rightarrow C_{12}^R(q, \mu_0, g^2) \langle p' | O_1^R(0) | 0 \rangle \langle 0 | O_2^R(0) | p \rangle, \quad (6)$$

³) Асимптотика F_{π} имеет вид (7) поскольку аномальные размерности электромагнитного и аксиального токов равны нулю, а борновское приближение для функции C^R из (7) есть $\sim O(g^2)$.

где O_1 — оператор с минимальным твистом, дающий ненулевой матричный элемент (и аналогично — O_2), а асимптотика C_{12}^R определяется из (5). В частности, для пионного формфактора оператором с минимальным твистом является аксиальный ток A_μ^R (а также его производные типа $\partial_{\nu_1} \dots \partial_{\nu_n} A_\mu^R$), и асимптотика имеет вид

$$\begin{aligned} \langle \pi^+(p') | J_\mu^R(0) | \pi^+(p) \rangle &\rightarrow C_{\mu\nu\lambda}^R(q, \mu_0, g^2) \langle \pi^+(p') | A_\nu^R(0) | 0 \rangle \langle 0 | A_\lambda^R(0) | \pi^+(p) \rangle \rightarrow \\ &\rightarrow (p' + p)_\mu (f_\pi^2/q^2) \Omega^2 (N^2-1) N^{-2} (b_0 \ln q^2/16\pi^2)^{-1}, \end{aligned} \quad (7)$$

где J_μ^R — электромагнитный ток, f_π — константа распада пиона ($\approx m_\pi$), $\Omega = 3/2$, $b_0 = (11/3N - 2/3M)$ для $SU(N)_c \otimes SU(M)_{fl}$ (коэффициент Ω^2 появляется за счет вкладов операторов $\partial_{\nu_1} \dots \partial_{\nu_n} A_\mu^R$). Отметим, что при $q^2 \rightarrow -\infty$ формфактор подходит к нулю снизу.

Следует отметить, что представленный выше метод нахождения асимптотик является во многих отношениях схематическим, так что желательна прямая проверка получаемых результатов. Такая проверка для пионного формфактора была нами произведена на уровне ведущих логарифмов одно- и двухпетлевых диаграмм (поправки $\sim g^2 \ln q^2$ и $g^4 \ln^2 q^2$). Именно, сравнивались прямой расчет диаграмм и разложение ренормгрупповых формул (3), (5) в ряд по g^2 . Результаты совпали.

Нам хотелось бы выразить глубокую благодарность А.И.Вайнштейну за полезные обсуждения.

Институт земного магнетизма,
ионосферы и распространения
радиоволн

Поступила в редакцию
3 августа 1977 г.

Литература

- [1] В.Л.Черняк, А.Р.Житницкий. Письма в ЖЭТФ, **25**, 544, 1977.
[2] N.Christ, B.Hasslacher, A.Muller. Phys. Rev., **D6**, 3543, 1972;
H.D.Politzer. Phys. Reports, **14C**, 129, 1974.