Письма в ЖЭТФ, том 25, вып. 2, стр. 83 – 86 *20 января 1977 г.*

КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ ФУНКЦИИ В ОДНОМЕРНОЙ МОДЕЛИ ХАББАРДА

А.М.Финкельштейн

Найдены асимптотики корреляционных функций в одномерной модели Хаббарда, когда существенны процессы переброса. Выяснено, что в основном состоянии осуществляются одновременно два типа спариваний. Соответствующие корреляционные функции на больших расстояниях спадают степенным образом.

Недавно для одномерного электронного газа в отсутствие процессов переброса были вычислены асимптотики корреляционных функций [1] (см. также [2, 3]). При этом кинетическая энергия свободных электронов была лианезирована вблизи $\pm k_F$, что позволило применить так называемое "бозонное представление" для операторов поля [4, 5]:

$$\psi_{is} = L^{-1/2}\sum e^{ikx} a_{is}(k) \to (2\pi a)^{-1/2}\exp\{(-1)^i[-ik_F x + \Sigma A(x,k)\rho_{is}(k)]\}. \tag{1}$$

Здесь индексу $i = (1, 2)$ отвечают электроны вблизи $\pm k_F$, s – спиновый индекс, $\rho_{is}(k) = \sum_p a^+_{is}(p+k)a_{is}(p)$, $A(x, k) = 2\pi L^{-1}k^{-1}\exp\left(-\frac{a|k|}{2} - ikx\right)$, $v_F a^{-1}$ интерпретируется как ширина зоны проводимости.

Ниже будет показано, что техника бозонного представления позволяет найти асимптотики корреляционных функций и в тех случаях, когда процессы переброса существенны. Для простоты рассмотрена одномерная модель Хаббарда с наполовину заполненной зоной. Константа взаимодействия электронов будет считаться малой: $|g| << 2\pi v_F$. Такой системе в представлении (1) отвечает гамильтониан [6]

$$H = h\{\rho_i ; -g\} + h\{\sigma_i ; g\}, \tag{2}$$

где

$$h\{\rho_i ; -g\} = 2\pi(v_F + g/2\pi) L^{-1} \sum_{k>0} [\rho_1(k)\rho_1(-k) + \rho_2(-k)\rho_2(k)] +$$

$$+ gL^{-1} \sum \rho_1(k)\rho_2(-k) - g(2\pi a)^{-2} \int dx \{\exp[2^{1/2} \sum A(x,k)(\rho_1(k) + \rho_2(k))] + \text{э.с.}\}. \tag{3}$$

$h\{\sigma_i ; g\}$ определяется заменой в (3) ρ_i на σ_i и g на $-g$; $\rho_i = 2^{-1/2}(\rho_{i\uparrow} + \rho_{i\downarrow})$, $\sigma_i = 2^{-1/2}(\rho_{i\uparrow} - \rho_{i\downarrow})$, причем

$$[\rho_i , \sigma_j] = 0, \tag{4}$$

$$[\rho_i(k), \rho_j(-k')] = [\sigma_i(k), \sigma_j(-k')] = (-1)^i \delta_{ij} \frac{kL}{2\pi} \delta_{kk'} .$$

Отметим, что процессам переброса в гамильтониане Хаббарда (2) отвечает последний член в слагаемом $h\{\rho_i ; -g\}$.

Нас интересуют корреляционные функции, описывающие флуктуации синглетных и триплетных куперовских пар (SCP и TCP), а также флуктуации диэлектрического (CDW) и антиферромагнитного (SDW) типа:

$$K_{CDW} = \langle \psi_{1\uparrow}(x,t)\, \psi^+_{2\uparrow}(x,t)\, \psi_{2\uparrow}(0,0)\, \psi^+_{1\uparrow}(0,0) \rangle = e^{2ik_F x} K^+_\rho(-g)\, K^+_\sigma(g),$$

$$K_{SDW} = \langle \psi_{1\uparrow}(x,t)\, \psi^+_{2\downarrow}(x,t)\, \psi_{2\downarrow}(0,0)\, \psi^+_{1\uparrow}(0,0) \rangle = e^{2ik_F x} K^+_\rho(-g) K^-_\sigma(g),$$

$$K_{SCP} = \langle \psi_{1\uparrow}(x,t)\, \psi_{2\downarrow}(x,t)\, \psi^+_{2\downarrow}(0,0)\, \psi^+_{1\uparrow}(0,0) \rangle = K^-_\rho(-g) K^+_\sigma(g), \tag{5}$$

$$K_{TCP} = \langle \psi_{1\uparrow}(x,t) \psi_{2\uparrow}(x,t)\, \psi^+_{2\uparrow}(0,0) \psi^+_{1\uparrow}(0,0) \rangle = K^-_\rho(-g) K^-_\sigma(g),$$

где

$$K^\pm_\rho(-g) = (2\pi a)^{-1} \langle e^{ith} \exp[-2^{-1/2} \sum A(x,k)(\rho_1 \pm \rho_2)]\, e^{-ith} \times$$

$$\times \exp[2^{-1/2} \sum A(0,k)(\rho_1 \pm \rho_2)] \rangle_n \tag{6}$$

здесь $h = h\{\rho_i ; -g\}$. $K^\pm_\sigma(g)$ получается из (6) заменой ρ_i на σ_i, $h = h\{\sigma_i ; g\}$.

Факторизация в (5) произошла благодаря тому, что операторы поля ψ_{is} выражаются согласно (1), через экспоненту от линейной по ρ_{is} функции. Поскольку коммутационные соотношения у ρ_i и σ_i совпадают,

$K_\rho^\pm(-g) = K_\sigma^\pm(-g)$ и, следовательно, задача сводится к нахождению четырех функций $K_\sigma^\pm(g \gtrless 0)$.

$K_\sigma^\pm(g > 0)$ могут быть вычислены, так как, когда $g > 0$, при ренормировании в $h\{\sigma_i ; g\}$ возникает ситуация типа нуля заряда. Для вычисления заметим, что при нахождении корреляционных функций в газе с δ-функционным отталкиванием было достаточно паркетного приближения [7 – 9]

$$\widetilde{K}_{\mathrm{CDW}}(g > 0) \sim (\ln\omega)^{-3/2}\,\omega^{-g/2\pi v_F}, \qquad \widetilde{K}_{\mathrm{SDW}}(g > 0) \sim (\ln\omega)^{1/2}\,\omega^{-g/2\pi v_F}. \tag{7}$$

С другой стороны, для этих функций тоже справедливы соотношения факторизации типа (5), причем множители $K_\sigma^\pm(g)$ остаются без изменений, а $K_\rho^\pm(-g)$ заменяются на $\widetilde{K}_\rho^\pm(-g)$. $\widetilde{K}_\rho^\pm(-g)$ вычисляются по формуле (6) с $h = \widetilde{h}\{\rho_i ; -g\}$; $\widetilde{h}\{\rho_i ; -g\}$ определяется формулой (3), но без последнего слагаемого (этот член описывает процессы переброса, которых нет в газе с δ-функционным взаимодействием). $\widetilde{h}\{\rho_i ; -g\}$ квадратично по ρ_i и поэтому функция $\widetilde{K}_\rho^+(-g)$ может легко быть найдена [4]

$$\widetilde{K}_\rho^+(-g) \sim \omega^{-1,\,-g/2\pi v_F}. \tag{8}$$

В результате из (7) – (8) получаем асимптотики $K_\sigma^\pm(g > 0)$

$$K_\sigma^+(g > 0) = \widetilde{K}_{\mathrm{CDW}}(g > 0)/\widetilde{K}_\rho^+(-g) \sim \ln^{-3/2}[x^2-(v't)^2]/[x^2-(v't)^2]^{1/2}, \tag{9}$$

$$K_\sigma^-(g > 0) = \widetilde{K}_{\mathrm{CDW}}(g > 0)/\widetilde{K}_\rho^+(-g) \sim \ln^{1/2}[x^2-(v't)^2]/[x^2-(v't)^2]^{1/2}, \tag{10}$$

где $v' = v_F - g/2\pi$.

Сведением задачи к двумерному кулоновскому газу было показано [3], что на больших расстояниях асимптотика

$$K_\sigma^+(g < 0) \sim \mathrm{const}. \tag{11}$$

Остается выяснить поведение функции $K_\sigma^-(g < 0)$. В работе [2] было замечено, что при $g = -6/5\,\pi v_F$, $K_\sigma^-(x, t)$ может быть вычислена. Это обстоятельство позволяет найти асимптотику $K_\sigma^-(g < 0)$, так как при $g < 0$, в результате ренормирования, заряд приходит в точку $\widetilde{g} = -\frac{6}{5}\pi v_F$. ($v_F$ – коэффициент при $2\pi L^{-1} \sum_{k>0} [\sigma_1(k)\sigma_1(-k) + \sigma_2(-k)\sigma_2(k)]$ в перенормированном $h\{\sigma_i ; \widetilde{g}\}$). Опуская некоторые подробности (отметим лишь, что $\widetilde{v}_F = 1{,}25\,(v_F - g/2\pi) + O(g^2)$), приведем ответ

$$K_\sigma^-(g < 0) \sim \frac{1}{(x/v'')^2 - t^2}\exp\{-2\Delta[(x/v'')^2 - t^2]^{1/2}\}, \tag{12}$$

где $v'' = v_F + |g|/2\pi$, $\Delta \sim a^{-1}|g\,v_F|^{1/2}\exp(-\pi v_F/|g|)$ – щель в спектре фермионных возбуждений $\epsilon(p) = [\Delta^2 + (v''p)^2]^{1/2}$.

Из (5) следует, что $K_\sigma^-(g < 0)$ входит в $K_{SCP}(g > 0)$, $K_{SDW}(g < 0)$ и $K_{TCP}(g \gtrless 0)$ – эти функции на больших расстояниях спадают экспоненциально; кроме того

$$\mathrm{Im} K^r_{SCP}(g > 0), \quad \mathrm{Im} K^r_{SDW}(g < 0), \quad \mathrm{Im} K^r_{TCP}(g \gtrless 0) \sim \theta(|\omega| - 2\Delta), \tag{13}$$

K^r – восприимчивость, описывающая отклик системы на действие соответствующего внешнего поля.

В остальных случаях получаем степенное спадание корреляционных функций:

$$K_{CDW}(g \gtrless 0) \sim e^{2ik_F x} \ln^{-3/2}[x^2 - (v't)^2] / [x^2 - (v't)^2]^{1/2}, \tag{14}$$

$$K_{SDW}(g > 0) \sim e^{2ik_F x} \ln^{1/2}[x^2 - (v't)^2] / [x^2 - (v't)^2]^{1/2}, \tag{15}$$

$$K_{SCP}(g < 0) \sim \ln^{1/2}[x^2 - (v't)^2] / [x^2 - v't)^2]^{1/2}, \tag{16}$$

где $v_F' = v_F - |g|/2\pi$ – скорость бесщелевых возбуждений.

Медленное (степенное) спадание корреляционной функции на больших расстояниях означает, что в системе реализуется соответствующий тип спаривания, хотя из-за присущих одномерной системе сильных квантовых флуктуаций дальний порядок не возникает. Из (14) – (16) следует, что в модели Хаббарда осуществляются одновременно два типа спариваний: SCP и CDW, в случае притяжения, и SDW и CDW, в случае отталкивания. Для возбуждения волн другого типа требуется, согласно (13), затратить энергию 2Δ на разрыв пары.

В заключение автор благодарит А.И.Ларкина, П.Б.Вигмана и и Д.Е.Хмельницкого за полезные обсуждения.

Институт теоретической физики
им. Л.Д. Ландау
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
23 ноября 1976 г.

Литература

[1] A.Luther, V.J.Emery. Phys. Rev. Lett., 33, 589, 1974.
[2] P.A.Lee. Phys. Rev. Lett., 34, 1247, 1975.
[3] S.T.Chui, P.A.Lee. Phys. Rev. Lett., 35, 315, 1975.
[4] A.Luther, I.Peshel. Phys. Rev., B9, 2911, 1974.
[5] D.Mattis. J.Math. Phys., 15, 609, 1974.
[6] V.J.Emery, A.Luther, I.Peshel. Phys. Rev., B13, 1272, 1976.
[7] Ю.А.Бычков, Л.П.Горьков, И.Е.Дзялошинский. ЖЭТФ, 50, 738, 1966.
[8] И.Е.Дзялошинский, А.И.Ларкин. ЖЭТФ, 61, 791, 1971.
[9] J.Solyom. J.Low Temp. Phys., 12, 547, 1973.