

## ДИНАМИКА СФЕРИЧЕСКИ-СИММЕТРИЧНЫХ ПУЛЬСОНОВ БОЛЬШОЙ АМПЛИТУДЫ

И.Л.Боголюбский, В.Г.Маханьков

Обнаружено существование долгоживущих ( $\tau \sim 10^3$ ) устойчивых сферически-симметричных пульсонов большой амплитуды. Выделены три этапа их эволюции. Найдены  $n$ -узловые осциллирующие солитоны и определяемый ими спектр масс скалярных "частиц".

Классические солитонные решения релятивистски-инвариантных (РИ) уравнений могут служить основой для построения квантовой теории элементарных частиц [1, 2]. Наиболее интересными из реалистических трехмерных моделей незаряженных мезонов представляются не стационарные солитоны, неустойчивые в сферически-симметричной ( $ss$ ) геометрии [3], а  $ss$ -решения осцилляторного типа, полученные в [4, 5], которым в  $(x, t)$ -случае соответствуют связанные состояния двух солитонов [6, 7]. В настоящей работе мы изучим формирование и дальнейшую эволюцию солитонов с большой амплитудой осцилляций поля  $c(t)$  ("тяжелых" пульсонов), рассматривая РИ нелинейные уравнения

$$u_{tt} - \Delta_{rr} u + \sin u = 0, \quad (1)$$

$$u_{tt} - \Delta_{rr} u - u + u^3 = 0. \quad (2)$$

Три характерных этапа эволюции пульсонов уравнения (1) были отмечены при решении его на ЭВМ с начальными данными (НД) в виде  $(x, t)$ -биона уравнения (1) (см. [6]):

$$u(r, 0) = 4 \arctan \left( \frac{\epsilon}{\omega} \operatorname{sech} \epsilon r \right) \quad \omega \sqrt{1 - \epsilon^2}, \quad (3)$$

где выбрано  $\epsilon/\omega = 10$ . На первой стадии ( $t \approx 0 + 200$ ) происходит формирование одномасштабного полевого сгустка с колоколообразным видом осциллирующей функции  $u(r, t)$ . При этом излучается более половины

энергии  $E = \int_0^r 4\pi r^2 H dr$ ,  $H = \frac{1}{2} [u_t^2 + u_r^2 + 2(1 - \cos u)]$ . Практически

с самого начала процесса формирования прослеживается квазипериодический характер функции  $u(0, t)$  (рис. 1, а) с периодом  $T \approx 7,4$ ; впоследствии период медленно уменьшается (до  $T = 2\pi$ ) вместе с уменьшением амплитуды колебаний  $c(t)$ . Амплитуда образовавшегося слабоизлучающего пульсона на втором этапе ( $t \approx 200 + 630$ ) модулирована с периодом  $T_1 \sim 10T$  и медленно уменьшается от  $c(t) \approx 2\pi$  до  $c(t) \approx 4/3\pi$  (рис. 2, а). Эволюция сформированного пульсона практически не зависит от выбора НД  $u(r, 0)$ , приводящих к его образованию. Сам факт формирования из различных НД долгоживущего тяжелого пульсона уравнения (1) указывает на его "устойчивость" в области  $4/3\pi \leq c(t) \leq 2\pi$ . Эти же результаты, с другой стороны, позволяют высказать предположение,

что даже синус-уравнение Гордона, вполне интегрируемое в  $(x, t)$ -случае, в  $ss$ -геометрии не имеет устойчивых неизлучающих решений, аналогичных плоским многосолитонным (в частности, решениям, описывающим бьоны); см. также [4]. На третьей стадии, начиная с  $t \approx 630$ , происходит относительно быстрое ( $\Delta t \sim 80$ ) уменьшение  $c(t)$  до  $c(t) < 1$ , сопровождающееся "разбуханием" пологого сгустка.

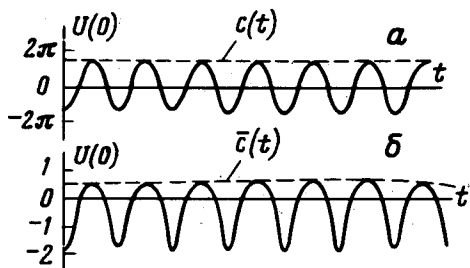


Рис. 1. Вид кривых  $u(0, t)$  для уравнений (1) и (2)

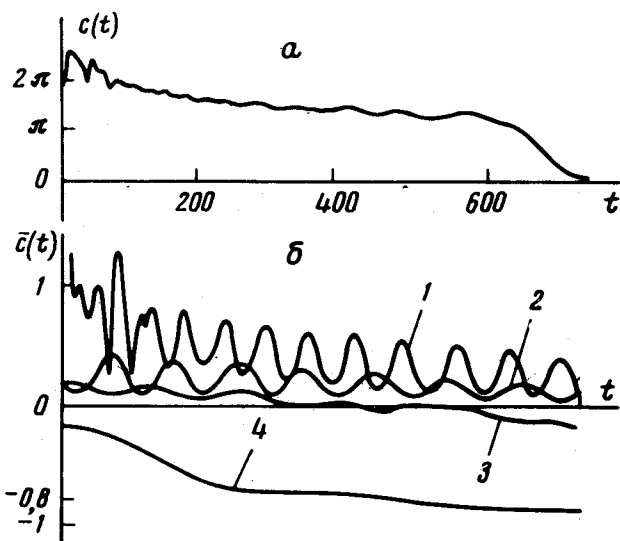


Рис. 2. Изменение амплитуды пульсонов во времени:  $a$  — уравнение (1),  $b$  — уравнение (2) ( $1 - t = 0 \div 520$ ;  $2 - t = 520 \div 1040$ ;  $3 - t = 1040 \div 1560$ )

Динамика пульсонов уравнения (2) сходна с вышеописанной. Отметим однако следующие отличия. Вид функции  $u(0, t)$  (ее период постепенно уменьшается от  $T \approx 5,3$  до  $T = \sqrt{2}\pi$ ) даже на втором, регулярном этапе ( $t \approx 100 \div 1360$ ) отличается от синусообразного (рис. 1, б). Далее, сразу после образования слабоизлучающего тяжелого пульсона уравнения (2) амплитуда модуляции функции  $\bar{c}(t)$  (верхней огибающей зависимости  $u(0, t)$ ) здесь относительно велика (рис. 2, б). По мере приближения  $\bar{c}(t)$  к нулю она также стремится к нулю, а период модуляции монотонно возрастает от  $T_2 \approx 8T$  при  $t \approx 100$  до  $T_2 \approx 17T$  при  $t \approx 1200$ . На третьем этапе  $\bar{c}(t)$  за  $\Delta t \sim 300$  уменьшается от  $\bar{c}(t) = 0$  при  $t \approx 1360$  до  $\bar{c}(t) \approx -0,8$ , когда колебания становятся практически симметричными относительно вакуума  $u_v = -1$ .

Используя в  $ss$ -геометрии метод, развитый в [8], получим счетное множество пульсонов малой амплитуды для уравнения (1) (подробнее см. [5]).

$$u = u_m A_i(\epsilon t) / A_i(0) \cos(\sqrt{1 - \epsilon^2} t) + O(\epsilon^3),$$

$$u_m = \sqrt{8} \epsilon A_i(0), \quad u_m^2 \ll 1. \quad (4)$$

и для уравнения (2):

$$v = 1 + u = v_m A_i \left( \sqrt{\frac{2}{1 + \epsilon^2}} \epsilon r \right) / A_i(0) \sin \omega t + O(\epsilon^2), \quad (5)$$

$$v_m = \frac{2}{\sqrt{3}} \epsilon A_i(0) \ll 1, \quad \omega = \sqrt{\frac{2}{1 + \epsilon^2}}.$$

Здесь  $A_i(r) - (i-1)$  — узловые решения [9] уравнения

$$A_{rr} + \frac{2}{r} A_r - A + A^3 = 0. \quad (6)$$

Массы пульсонов (4), (5)  $m_i = E_i$  с различными  $i$  при равных амплитудах  $u_m (v_m)$  в пределе  $u_m \rightarrow 0 (v_m \rightarrow 0)$  относятся как  $l_i A_i^{-1}(0) (\approx 1:2:3:4:9: \dots)$ , где  $l_i = \int_0^\infty A_i^2(r) r^2 dr$  (ср. с [5]). При  $u_m \rightarrow 0 (v_m \rightarrow 0)$

распределения  $H_i(r)$  пульсонов (4), (5) являются стационарными, в то время, как для тяжелых пульсонов  $H(r, t)$  существенно нестационарна.

Помимо описанных тяжелых безузловых, можно ожидать существования долгоживущих тяжелых пульсонов с узлами полевой функции  $u(r, t) \times (v(r, t))$ .

Неустойчивость пульсонов уравнений (1) и (2) при амплитудах, меньших некоторой критической (третий этап эволюции), можно качественно объяснить превалирующим притяжением к вакууму, выделенному граничными условиями.

Важно отметить, что пульсоны уравнений (1) и (2) оказались устойчивыми относительно угловых возмущений<sup>1)</sup>.

Авторы считают своим приятным долгом поблагодарить И.С.Шапиро за проявленный к работе интерес и стимулирующие обсуждения, Б.С.Гетманова и А.Е.Кудрявцева за полезные замечания.

Объединенный институт  
ядерных исследований

Поступила в редакцию  
9 ноября 1976 г.

### Литература

- [1] R. Rajaraman. Phys. Reports., C21, 227, 1975.
- [2] И.С.Шапиро. ЖЭТФ, 70, 2050, 1976.
- [3] G. H. Derrick. J. Math. Phys., 5, 1252, 1964.
- [4] И.Л.Боголюбский, В.Г.Маханьков. Письма в ЖЭТФ, 24, 15, 1976.

<sup>1)</sup>Результаты двумерных расчетов, проведенных с участием А.Б.Швачки, будут вскоре опубликованы.

- [5] И.Л.Боголюбский. Письма в ЖЭТФ, 24, 579, 1976; I. L. Bogolubsky. JINR, E2-10129, Dubna, 1976.
- [6] A. Seeger, H. Donth, A. Kochendoerfer. Zs. Phys., 134, 173, 1953.
- [7] А.Е.Кудрявцев. Письма в ЖЭТФ, 22, 178, 1975; Б.С.Гетманов. Письма в ЖЭТФ, 24, 323, 1976.
- [8] А.М.Косевич, А.С.Ковалев. ЖЭТФ, 67, 1793, 1974; R. F. Dashen, V. Hasslacher, A. Neveu. Phys. Rev., D11, 3424, 1975.
- [9] В.Б.Гласко, Ф.Лерюст, Я.П.Терлецкий, С.Ф.Шушурин. ЖЭТФ, 35, 452, 1958; Е.П.Жидков, В.П.Шириков. ЖВМ и МФ, 4, 804, 1964.
-