Письма в ЖЭТФ, том 25, вып. 4, стр. 187 – 190 20 февраля 1977 г.

О ВОЗМОЖНОСТИ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ИНДИКАТРИСЫ РАССЕЯНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ ПРОВОДИМОСТИ ГРАНИЦЕЙ ОБРАЗЦА ПО ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМ ДАННЫМ

О.В.Кириченко, В.Г.Песчанский, С.Н.Савельева

Показано, что исследование кинетических явлений в тонких металлических проводниках, в частности осцилляционной зависимости кинетических коэффициентов от величины сильного магнитного поля H и от толщины образца d, однозначно определяет некоторые параметры индикатрисы рассеяния носителей заряда границей проводника.

В теории кинетических явлений рассеяние электронов поверхностью проводника учитывается с помощью граничного условия для функции распределения электронов проводимости

$$f(\mathbf{p}, \mathbf{r}_s) = \int f(\mathbf{p}', \mathbf{r}_s) w(\mathbf{p}, \mathbf{p}', \mathbf{r}_s) G(d\mathbf{p}'), \qquad (1)$$

где $w(\mathbf{p}, \mathbf{p}', \mathbf{r}_s)$ – вероятность того, что электрон, попадая на поверхность образца в точке $\mathbf{r}_s$ с импульсом $\mathbf{p}'$, будет иметь после отражения импульс $\mathbf{p}$; величина G определяется из условия нормировки.

Однако при вычислении кинетических характеристик проводников обычно использовалось вместо условия (1) более простое условие, описывающее отражение электронов с помощью феноменологического параметра зеркальности $q(\mathbf{p})$, впервые введенного Фуксом [1]. Такое описание является приближенным и не всегда пригодным. Граничное условие полученное в ряде теоретических работ исходя из представлений о случайных неровностях и дефектах поверхности [2], существенно отличается от условия Фукса и, естественно, возникает вопрос, сколь важно для кинетики тонких проводников знать явный вид функции w.

В предположении, что w является произвольной, но заданной функцией своих аргументов, нами вычислены кинетические коэффициенты металлических проводников, толщины которых d гораздо меньше длины свободного пробега носителей заряда l. Осцилляционная зависимость электросопротивления, теплосопротивления, термоэдс от величины сильного магнитного поля (радиус кривизны траектории электрона $r \ll d$), предсказанная Зондгаймером [3], оказывается крайне чувствительной к виду индикатрисы рассеяния w.

Приведем в качестве примера осцилляционную зависимость от H и d сопротивления ρ тонкой пластины в магнитном поле ортогональном ее поверхностям, которые являются плоскостями симметрии кристалла.

Функция распределения электронов в этом случае имеет весьма простой вид

$$f(\mathbf{p}, \mathbf{r}) = f_0(\epsilon) - \Psi \frac{\partial f_0}{\partial \epsilon};$$

$$\Psi = \int_{\lambda_1}^{t} g_1(t', t, p_z)\,dt' + \int w(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}'; \mathbf{r}_1)\, G(dp') \int_{\lambda_2}^{\lambda_1} g_2(t', t, p_z')\,dt' +$$

$$+ \int w(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}'; \mathbf{r}_1)\, G(dp') \int w(\mathbf{p}_2, \mathbf{p}''; \mathbf{r}_2)\, G(dp'') \int_{\lambda_3}^{\lambda_2} g_3(t', t, p_z'')\,dt' + \dots;$$

$$g_i(t', t, p_z) = \mathbf{v}(t')\mathbf{E}(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}(\lambda_i) + \mathbf{r}(t')) \exp \frac{t' - t}{\tau}. \qquad (2)$$

Функция Ψ имеет смысл энергии, приобретенной зарядом в электрическом поле $\mathbf{E}$, усредненной по всевозможным его путям в тонком образце; $f_0(\epsilon)$ – фермиевская функция распределения электронов; e, $\mathbf{v}$, p_z – заряд, скорость, проекция импульса электрона на направление магнитного поля; $\tau = l/v$; t – время движения электрона в момент λ_i его отражения границей образца в точке $\mathbf{r}_i$; λ_i являются корнями уравнений

$$\int_{\lambda_1}^{t} \mathbf{v}(t')\,dt' \equiv \mathbf{r}(t) - \mathbf{r}(\lambda_1) = \mathbf{r} - \mathbf{r}_1;$$

$$\mathbf{r}(\lambda_i) - \mathbf{r}(\lambda_{i-1}) = \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{i-1}; \qquad i > 1 .$$

Воспользовавшись формулой (2), легко вычислить плотность электрического тока и найти сопротивление проводника. Если отражение электронов не слишком близко к зеркальному и интервал углов отражения Δ, в котором существенно меняется индикатриса рассеяния, велик по сравнению с r/d, то вклад в осцилляционную зависимость ρ от H и d электронов вблизи опорной точки поверхности Ферми определяется в основном третьим слагаемым в выражении для Ψ и $\rho^{\text{осц}}$ имеет следующий вид

$$\frac{\rho^{\text{осц}}}{\rho} = \frac{r}{d} e^{-d/l} \frac{W_1 \sin d/r}{d/l + W_0} ; \quad \Delta >> r/d , \tag{3}$$

где

$$W_0 = \left\langle v_z v_\perp \left[v_\perp - \frac{1}{p} \int_0^p W(p_z, -p_z') \, v_\perp(p_z') \, dp_z' \right] \right\rangle ;$$

$$W_1 = \left\langle v_z v_\perp W(p_z, -p) \frac{1}{p} \int_0^p W(-p, p_z') \, v_\perp(p_z') dp_z' \right\rangle ;$$

$$W(p_z, p'_z) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\phi \, e^{i\phi} \, w(p_z, p_z', \phi).$$

Угловыми скобками обозначено интегрирование с соответствующей нормировкой по всем состояниям отраженных электронов; $v_\perp = \sqrt{v^2 - v_z^2}$, а $w(p_z, p_z', \phi)$ есть вероятность упругого рассеяния электрона границей образца, при котором p_z' меняется на p_z, и фаза на траектории электрона в магнитном поле получает приращение ϕ. Функция $w(p_z, p_z', \phi)$ не зависит от $\mathbf{r}_s$, так как в выражении для плотности электрического тока проведено усреднение по всему объему проводника, и w является усредненной характеристикой поверхности.

Если ширина индикатрисы рассеяния Δ мала по сравнению с r/d, то справедливо приближение параметра зеркальности [4]

$$\frac{\rho^{\text{осц}}}{\rho} = (r/d)^2 e^{-d/l} (1-q)^2 \sin d/r ; \quad \Delta \lesssim r/d . \tag{4}$$

Таким образом с увеличением магнитного поля квадратичная зависимость от $1/H$ амплитуды осцилляций Зондгаймера в магнитных полях, при которых $r/d \approx \Delta$, сменяется линейной зависимостью.

Если все направления скоростей отраженных электронов равновероятны, т. е. w не зависит от ϕ, то $W(p_z, p_z') \equiv 0$ и необходимо удержать следующий член разложения $\rho^{\text{осц}}/\rho$ по степеням r/d, вид которого совпадает с формулой (4), если положить $q = 0$. Однако при сохранении даже слабой корреляции между отраженным и падающим на границу образца электронами осцилляционная зависимость сопротивления от H и

d описывается формулой (3). Приближение параметра зеркальности оказывается справедливым в весьма узкой области, когда $q < {}^{r}/_{d}$ либо $(1-q) < r/d$. Лишь в специальном случае $w(p_z, p_z', \phi) = w(\phi)\delta(p_z + p_z')$ вычисления $\rho^{\text{осц}}$ с использованием граничного условия в интегральной форме (1) и в приближении параметра зеркальности дают одинаковый результат.

Таким образом осцилляционная зависимость сопротивления от H и d определяется не только остротой, но и видом индикатрисы рассеяния. Приведенные выше формулы для $\rho^{\text{осц}}$ справедливы и в магнитном поле, отклоненном от нормали на угол a, если d заменить величиной $d/\cos a$. Исследование $\rho^{\text{осц}}(H)$ при различных a дает возможность определить зависимость ширины индикатрисы Δ от угла падения электронов на границу образца. При вычислении теплопроводности κ и термоэдс в тонких пластинах важную роль играет также граничное условие для потока тепла. Исследование переноса тепла в пластине с теплоизолированными поверхностями по сути дает такую же информацию об индикатрисе рассеяния, что и экспериментальное исследование $\rho^{\text{осц}}$. Исследуя осцилляционную зависимость κ от H и d при отличном от нуля потоке тепла через поверхности пластины, можно получить дополнительную информацию о функции w, связанную в основном с неупругим рассеянием носителей заряда границей образца.

Физико-технический институт
им. А.Ф.Иоффе
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
28 декабря 1976 г.

Физико-технический институт
низких температур
Академии наук Украинской ССР

Литература

[1] K. Fuchs. Proc. Cambr. Phil. Soc., 34, 100, 1938.

[2] Ф.Г.Басс, В.Д.Фрейлихер, И.М.Фукс. Письма в ЖЭТФ, 7, 485, 1968; А.В.Чаплик, М.В.Энтин. ЖЭТФ, 55, 990, 1968; Э.М.Баскин, М.В.Энтин. ЖЭТФ, 57, 460, 1969; Л.А.Фальковский. Письма в ЖЭТФ, 11, 181, 1970; ЖЭТФ, 58, 1830, 1970; В.И.Окулов, В.В.Устинов. ЖЭТФ, 67, 1176, 1974.

[3] E. H. Sondheimer. Phis. Rev., 80, 401, 1950.

[4] О.В.Кириченко, В.Г.Песчанский, С.Н.Савельева. ЖЭТФ, 67, 1451, 1974.