Письма в ЖЭТФ, том 25, вып. 4, стр. 218 – 220 20 февраля 1977 г.

О СИММЕТРИИ ИНСТАНТОННЫХ РЕШЕНИЙ В КАЛИБРОВОЧНЫХ ТЕОРИЯХ

А.Н.Лезнов

Установлена связь между решениями инстантонного типа в калибровочных теориях с трансформационными свойствами по отношению к преобразованиям из однородной группы Лоренца.

Решения типа инстантонного [1 – 3] в калибровочных теориях могут быть связаны с тем обстоятельством, что трансформационные свойства полевых величин по отношению к преобразованиям из однородной группы Лоренца $O(1,3)$ (в евклидовом пространстве $O(\phi)$)определены неоднозначно и различным возможностям отвечают различные "симметричные" относительно группы Лоренца решения, которые в дальнейшем связываются со спонтанным нарушением вакуумного состояния. Действительно, если калибровочная теория Лоренц-инвариантна при каком-то одном определенном выборе трансформационных свойств и калибровочная группа содержит в качестве подгруппы группу Лоренца $O(\phi)$, то , совершая одновременно с переходом в другую лоренцевскую систему поворот калибровочных компонент по $O(\phi)$, мы тем самым изменяем трансформационные свойства полевых величин, не изменяя при этом ни действия, ни уравнений движения, поскольку они инвариантны по отношению к преобразованиям из калибровочной группы.

Ситуация очевидным образом напоминает физику фазовых переходов второго рода: имеет место несколько симметрийных, точнее трансформационных, возможностей в теории и динамика процесса в тех или иных условиях выбирает одну из них.

Сказанное удобно проиллюстрировать на примере теории Янга – Милса с триплетом векторных частиц. В обычном варианте теория содержит три векторные частицы, отличающиеся друг от друга калибровочными индексами. Три генератора L_i, $SU(2)$ образуют трехмерное представление группы вращения четырехмерного пространства $O(\phi) = SU(2) \times \times SU(2)$ и, следовательно, если одновременно с обычным преобразованием Лоренца над потенциалами A_i (преобразующимися по представлению $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$) сделать доворот по калибровочным индексам, то трансформационные свойства теории будут определяться представлением $(\frac{1}{2}\frac{1}{2})\otimes(10) = (\frac{3}{2}\frac{1}{2})\oplus(\frac{1}{2}\frac{1}{2})$ четырехмерной группы вращений. Калибровочным преобразованием можно удалить три компоненты поля, после чего в теории остаются частицы спинов 2, 1, 0 вместо триплета частиц единичного спина в изначальном варианте.

Если искать решение уравнений Янга – Милса инвариантное (имеющее один и тот же вид в различных системах отсчета) относительно группы Лоренца, то единственной возможностью в первом варианте является следующий выбор потенциалов: $A_i = \frac{\partial \phi^a}{\partial x_i} L_a$, автоматически приводящий к нулевым значениям для тензора поля. Во втором варианте помимо инвариантных векторов x_i, $\partial/\partial x_i$ существует антисимметричный тензор второго ранга F_{ij} ($F_{\alpha\beta} = \epsilon_{\alpha\beta\gamma} L_\gamma$, $F_{\alpha y} = L_\alpha$) и наиболее общий вид инвариантного потенциала следующий

$$A_i = f_1(F_{ik} x k) + f_2 F_{ik} \frac{\partial f_3}{\partial x_k} + \frac{\partial f_4}{\partial x_i} (x_j F_{jn} \frac{\partial f_5}{\partial x_n}),$$

где f_a – некоторые скалярные функции, которые определяются системой уравнений калибровочной теории. Выбирая частный вид вектор потенциала:

$$A_i = F_{ik} \frac{\partial \phi}{\partial x_k}$$

получаем как следствие условий дуальности $F_{ij} = -\widetilde{F}_{ij}$, уравнение для ϕ в виде

$$\Box\phi - \left(\frac{\partial \phi}{\partial x_i}\right)^2 = 0 \qquad \text{или} \qquad e^{\phi}\Box e^{-\phi} = 0.$$

Таким образом в частности

$$e^{-\phi} = \sum_a \approx \frac{e_a^2}{R_a^2} + \frac{1}{\lambda}, \qquad R_a^2 = (x - x_a)^2, \qquad 1/\lambda = \text{const}. \qquad (1)$$

Решения инстантонного типа, полученные ранее [2], непосредственно вытекают из (1) при выборе центрально-симметричного решения: $e^{-\phi} = \frac{1}{R} + \frac{1}{\lambda}$. A_i – дается выражением $A_i = -\frac{2\lambda}{r(r+\lambda)}(F_{ij} x_j)$ получающимся из решения [2] преобразованием инверсии $\left(x_i \to \frac{x_i}{x^2}\right)$ (при инверсии условие дуальности меняет знак). Топологический заряд численно равен количеству источников a в выражении (1) и не зависит от их зарядов ($e_a^2 > 0$).

Автор благодарен Б.Л.Воронову, Д.А.Киржницу, В.И.Манько и М.В.Савельеву за обсуждение результатов.

Институт физики
высоких энергий

Поступила в редакцию
14 января 1977 г.

Литература

[1] A.M.Polyakov. Phys. Lett., 59B, 83, 1975.

[2] A.A.Belavin et al. Phys. Lett., 59B, 85, 1975.

[3] Jr.C.G.Callan, R.F.Dashen. D.J.Gross. Phys. Lett., 63B, 334, 1976.