Письма в ЖЭТФ, том 31, вып. 1, стр. 76 – 77 *5 января 1980г.*

РЕШЕНИЯ КЛАССИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ЯНГА – МИЛЛСА, СОДЕРЖАЩИЕ ИНСТАНТОНЫ И МЕРОНЫ

Г.З.Басеян, С.Г.Матинян

Найден и исследован класс решений уравнений Янга – Миллса в евклидовом пространстве без наложения граничных условий на потенциалы. Решения на равной основе содержат инстантоны и мероны.

В последнее время усилился интерес к классическим решениям уравнений Янга – Миллса без внешних источников [1 – 5]. Этот интерес в значительной степени связан с надеждами на понимание проблемы невылетания кварков и структуры вакуума неабелевых калибровочных теорий.

В евклидовом пространстве замечательны решения, на которых функционал действия принимает конечные значения (инстантоны) [1]. Недавно были найдены меронные решения [2].

В пространстве Минковского наиболее интересны решения с конечной энергией [3].

В данной работе исследуется новый класс решений уравнений Янга – Миллса без источников в евклидовом пространстве без наложения граничных условий на потенциалы.

Будем искать решение уравнений Янга – Миллса для группы $SU(2)$

$$\nabla^{ab}_{\mu} G^{b}_{\mu\nu}(x) = 0 \tag{1}$$

(∇^{ab}_{μ} – ковариантная производная, $G^{a}_{\mu\nu}$ – тензор поля, $a = 1, 2, 3$, $\mu = 0, 1, 2, 3$) в евклидовом пространстве в виде

$$A^{a}_{\mu}(x) = \eta^{a}_{\mu\nu}\, x_{\nu} f(\xi), \tag{2}$$

где $\eta^{a}_{\mu\nu}$ – известный тензор т'Хофта [5], а $\xi = (x_{\mu} x_{\mu})^{1/2}$. Для функции $f(\xi)$ из (1) и (2) следует уравнение

$$f''(\xi) + \frac{5}{\xi} f'(\xi) + 6gf^{2}(\xi) - 2g^{2}\xi^{2} f^{3}(\xi) = 0, \tag{3}$$

которое точно решается, так что для потенциала будем иметь

$$A^{a}_{\mu}(x) = \frac{\eta^{a}_{\mu\nu} x_{\nu}}{g\xi^{2}} \left\{ 1 + \left(\frac{2k^{2}}{1 + k^{2}} \right)^{1/2} \mathrm{sn}\left[\left(\frac{2}{1 + k^{2}} \right)^{1/2} \ln\left(\frac{\xi}{\xi_{0}} \right);\ k \right] \right\}, \tag{4}$$

где ξ_{0} и k – постоянные интегрирования, а $\mathrm{sn}\,[x;\,k]$ – эллиптический синус Якоби модуля k $(0 \leqslant k \leqslant 1)$. Вводя обозначение $A_{\mu} \equiv A^{a}_{\mu}\tau^{a}$, где τ^{a} – генераторы группы $SU(2)$, решение (4) можно записать через матрицы $g(x)$ группы $SU(2)$ [1]:

$$A_\mu(x) = \frac{1}{2}\left\{1 + \left(\frac{2k^2}{1+k^2}\right)^{1/2} \mathrm{sn}\left[\left(\frac{2}{1+k^2}\right)^{1/2} \ln\left(\frac{\xi}{\xi_0}\right);\ k\right]\right\} g^{-1}(x)\partial_\mu g(x). \quad (5)$$

При $k = 0$ и 1, как легко видеть, (5) переходит в одномеронную и одноинстантонную конфигурации соответственно. При остальных k из-за второго слагаемого в (5) невозможно наложить на $A_\mu(x)$ граничные условия при $\xi \to \infty$, в связи с чем функционал действия на классе решений (5) неопределен при произвольном $k \neq 0,1$. Этим объясняется возможность непрерывного перехода от инстантона к мерону, имеющим разные топологические заряды [1, 2], содержащаяся в найденном решении (5).

Авторы благодарны А.А.Белавину, А.Б.Замолодчикову, Р.Л.Мкртчяну, А.Г.Седракяну и В.А.Фатееву за обсуждения результатов.

Поступила в редакцию
2 ноября 1979 г.

Литература

[1] A.A.Belavin, A.M.Polyakov, A.S.Schwartz, Yu. S.Tyupkin. Phys. Lett., 59B, 85, 1975.

[2] V.de Alfaro, S.Fubini, G.Furlan. Phys. Lett., 65B, 163, 1976; C.Callan, R.Dashen, D.Gross. Phys. Rev., 17D, 2717, 1978.

[3] M.Luscher. Phys. Lett., 70B, 321, 1977.

[4] Г.З.Басеян, С.Г.Матинян, Г.К.Саввиди. Письма в ЖЭТФ, 29, 641, 1979.

[5] G.t'Hooft. Phys. Rev. Lett., 37, 8, 1976.