

ДИФфуЗИЯ В ТОРОИДАЛЬНЫХ ЛОВУШКАХ С УЧЕТОМ ЭЛЕКТРОННОЙ АНОМАЛЬНОСТИ

П.Н. Юшманов

В работе показано, что диффузия плазмы, наблюдаемая в установках токамак, может быть объяснена аномальной электронной вязкостью. Величина диффузионного потока при этом может меняться только в пределах от неоклассического до псевдоклассического. Остальные коэффициенты оказываются связанными с коэффициентом диффузии определенными соотношениями, учет которых в численных моделях позволяет более полно описывать процессы переноса.

Анализ явлений переноса в токамаке на основе неоклассической теории [1] приводит к результатам, по многим параметрам отличающимся от экспериментальных. Так, например, времена удержания плазмы и энергии электронов в 10 – 100 раз меньше величин, предсказыва-

емых теорией. Поэтому при моделировании процессов переноса приходится использовать эмпирические коэффициенты, значительно превышающие неоклассические. Эти аномальные коэффициенты, обеспечивая близкие к экспериментальным времена удержания, не могут, однако, объяснить многие другие наблюдаемые на эксперименте явления, например, быстрое возрастание плотности на оси шнура при напуске газа [2]. Общим недостатком таких моделей, не позволяющим адекватно описывать всю совокупность экспериментальных результатов, является по видимому то, что в них увеличены лишь некоторые из коэффициентов, а остальным либо сохранены их неоклассические значения, либо вообще отброшены соответствующие члены в уравнениях ввиду их малости по сравнению с аномальными. Чтобы устранить этот недостаток, подбирая коэффициенты переноса для моделирования поведения плазмы в токамаке, необходимо учитывать не только экспериментальные времена удержания, но и соотношения между кинетическими коэффициентами, следующие из теории. Последнее, однако, требует дополнительных предположений о механизме аномальности, причем правильность выбора может быть подтверждена только после сравнения результатов расчетов с экспериментом.

В настоящей работе делается попытка объяснить повышенный перенос в токамаке аномальной продольной вязкостью электронов. Физически это эквивалентно введению дополнительного по сравнению с неоклассическим затухания полоидального импульса. Поэтому любой механизм, приводящий к этому эффекту, может рассматриваться как вязкость. В качестве первого шага получена система уравнений переноса без учета потока тепла и термодиффузии, которая может объяснить, например, упоминавшееся выше быстрое возрастание плотности на оси плазменного шнура.

Рассмотрим простую электрон-ионную плазму. Исходным уравнением для определения потока частиц является уравнение равновесия

$$-\vec{\nabla}p - \vec{\nabla}\pi + en(\mathbf{E} + [\mathbf{vH}]/c) + \mathbf{R} = 0. \quad (1)$$

Для упрощения вывода не будем рассматривать малые в данном случае классический и пфирш-шлютеровский потоки. Первое позволяет считать равными тороидальные и продольные компоненты $E_\phi = E_{||}$, $R_\phi = R_{||}$, а второе — заменить $E_{||}$ и $R_{||}$ их средними значениями на магнитной поверхности. (В дальнейшем все величины имеют смысл средних значений). Тороидальная проекция уравнения (1), в которую $\vec{\nabla}p$ и $\vec{\nabla}\pi$ вклада не дают, позволяет выразить радиальный поток частиц через продольные компоненты силы трения и электрического поля:

$$nv_r = (c/eH\theta) [-neE_{||} + m_e n v_{ei} (v_{i||} - v_{e||})]. \quad (2)$$

Это выражение может быть представлено, если заменить в нем $v_{i||} - v_{e||}$ на $j_{||}/ne$, в форме продольного закона Ома

$$j_{||} = \sigma(E_{||} + v_r H \theta / c). \quad (3)$$

Входящие в (2) скорости $v_{i\parallel}$ и $v_{e\parallel}$ можно найти из проекции уравнения (1) на направление магнитного поля [3]

$$\begin{aligned} -\mu_e(v_{e\parallel} - v_{eD}) - enE_{\parallel} + m_e n v_{ei} (v_{i\parallel} - v_{e\parallel}) &= 0, \\ +\mu_i (v_{i\parallel} - v_{iD}) + enE_{\parallel} + m_e n v_{ei} (v_{e\parallel} - v_{i\parallel}) &= 0, \end{aligned} \quad (4)$$

где μ_e и μ_i — коэффициенты вязкости, деленные на $(H_{\theta}/H_{\phi} R)^2$, v_{eD} и v_{iD} — диамагнитные скорости, вычисленные по полоидальному полю

$$v_{aD} = \frac{c}{e_a n H_{\theta}} \left(\frac{\partial p_a}{\partial r} - e_a n E_r \right).$$

Решение уравнений (4) после подстановки в формулы (2), (3) приводит к следующим результатам:

$$j_{\parallel} = \frac{\sigma}{1 + \gamma} E_{\parallel} - \frac{\gamma}{1 + \gamma} \frac{c}{H_{\theta}} \frac{\partial p}{\partial r}, \quad (5)$$

$$n v_r = -\frac{\gamma}{1 + \gamma} n c \frac{E_{\parallel}}{H_{\theta}} - \frac{\gamma}{1 + \gamma} v_{ei} \rho_{pe}^2 \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r}, \quad (6)$$

где $\rho_{pe}^2 = 2c^2 T_e m_e / e^2 H_{\theta}^2$ — ларморовский радиус по полоидальному полю, $p = p_e + p_i$, $\sigma = ne^2 / m_e v_{ei}$, $\gamma = \gamma_i \gamma_e / (\gamma_i + \gamma_e)$, $\gamma_a = \mu_a / m_a n v_a \beta$ — параметр, характеризующий отношение вязкости к трению. Первый член в правой части уравнения (5) описывает ток проводимости, второй — бутстреп-ток. Соответствующие члены в уравнении (6) дают скорости pinch-ва и диффузионного потока.

В неоклассической теории $\mu_e \sim (m_e/m_i)^{1/2} \mu_i$, поэтому $\gamma^{Hc} = \gamma_e$. Используя неоклассическое значение коэффициента вязкости электронов μ_e [3] (см. рис. 1), можно сделать следующие оценки для γ^{Hc} : в режиме $(\omega_{be} \epsilon^{3/2} < v_e < \omega_{be})$ $\gamma^{Hc} \sim \epsilon^2 \omega_{be} / v_e$, в банановом режиме $(v_e < \omega_{be} \epsilon^{3/2})$

$\gamma^{Hc} \sim \epsilon^{1/2}$, где $\omega_{be} = v_{Te} / qR$, $\epsilon = a/R \ll 1$. Подстановка этих значений γ в формулы (5), (6) приводит к известным выражениям для неоклассического потока частиц и закона Ома [1] (напомним, что термодиффузия и поток тепла здесь не учитываются).

Учтем теперь аномальность поведения электронов. В рамках описанного выше гидродинамического подхода это может быть сделано с помощью увеличения кинетических коэффициентов μ_e или v_{ei} . Однако изменение v_{ei} привело бы к нарушению закона Ома (3), который подтверждается в экспериментах на установках токамак [4]. Поэтому единственным параметром, с помощью которого можно получить аномальные коэффициенты переноса, является коэффициент вязкости μ_e .

Рассмотрим предельный случай. Пусть μ_e настолько велико, что превышает даже неоклассическое значение ионного коэффициента вязкости $\mu_e \gg \mu_i^{Hc}$. Тогда параметр γ определяется ионной компонентой и пре-

вышает неоклассический в $(m_i/m_e)^{1/2}$ раз. Практически во всей области параметра столкновений, соответствующей неоклассическим режимам ($\nu_e < \omega_{be}$) $\gamma = \gamma_i^{Hc} \gg 1$ (см. рис. 2). Коэффициент диффузии при этом достигает максимально возможного при гидродинамическом описании значения, равного псевдоклассическому $D = \nu_{ei} \rho_{pe}^2$ [5]. Пропорционально возрастанию коэффициента диффузии увеличивается и эффект пинчевания плазменного шнура, достигающий при $\gamma \gg 1$ величины $\nu_r = c E_{||} / H\theta$. Такой скорости пинчевания вполне достаточно для объяснения наблюдаемого на эксперименте быстрого возрастания плотности на оси шнура. Интересно отметить, что в предельном случае $\gamma \gg 1$ ток проводимости обращается в нуль, однако, если плазма находится в равновесии ($\nu_r = 0$), то сохраняется простая форма закона Ома $j_{||} = \sigma E_{||}$ (3).

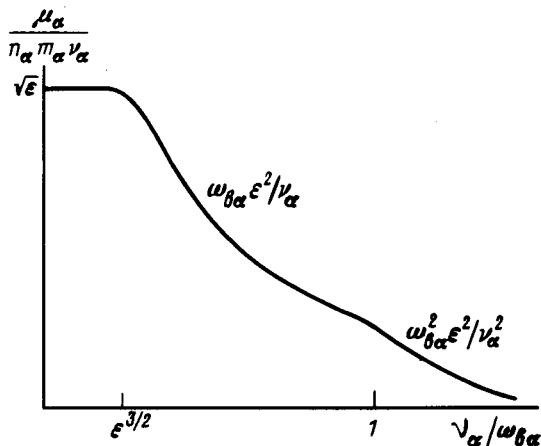


Рис. 1. Зависимость неоклассического коэффициента вязкости μ_α от частоты столкновений

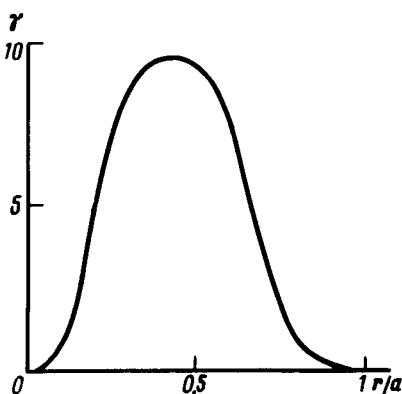


Рис. 2. Зависимость параметра γ от радиуса при характерных параметрах разряда установки Т-10: $T_e = 1$ кэВ, $n_e = 5 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$

Согласование времени удержания плазмы с теми экспериментами, для которых псевдоклассическая диффузия оказывается слишком большой, достигается подбором параметра γ . При этом, заложенные в выражениях (5), (6), соотношения между коэффициентами переноса не нарушаются и, следовательно, выводы, сделанные для случая $\gamma \gg 1$, остаются справедливыми. Таким образом, предположение об обусловленности повышенного переноса в токамаке аномальной электронной вязкостью

позволяет более полно описывать наблюдаемые явления. Кроме того, оно ограничивает диапазон допустимых изменений коэффициента диффузии неоклассической и псевдоклассической величинами, что также соответствует имеющемуся набору экспериментальных данных.

Институт атомной энергии
им. И.В.Курчатова

Поступила в редакцию
3 ноября 1979 г.

Литература

- [1] А.А.Галеев, Р.З.Сагдеев. Вопросы теории плазмы, М., Атомиздат, 7, 205, 1973.
 - [2] M.H.Hughes. PPPL-1411, 1978.
 - [3] S.P.Hirshman. Phys. Fluids, 21, 224, 1978.
 - [4] А.Б.Берлизов и др. АЭ, 43, 90, 1977.
 - [5] Л.А.Арцимович. Ядерный синтез. 12, 215, 1972.
-