Письма в ЖЭТФ, том 31, вып. 3, стр. 191 – 193 *5 февраля 1980г.*

ДИНАМИЧЕСКОЕ ДВУЛУЧЕПРЕЛОМЛЕНИЕ В СВЕРХТЕКУЧЕЙ ЖИДКОСТИ

А. Ф. Андреев

Показано, что в сверхтекучей жидкости при наличии относительного движения нормальной и сверхтекучей компонент появляется оптическая анизотропия, пропорциональная квадрату относительной скорости.

Однородное течение обычных жидкостей не приводит к возникновению их оптической анизотропии, поскольку в нерелятивистском случае скорость сама по себе, естественно, не меняет диэлектрической проницаемости. Динамооптическое двулучепреломление (эффект Максвелла) обычных жидкостей возникает (см. [1]) лишь при наличии градиентов скорости, т. е. является диссипативным эффектом.

В сверхтекучей жидкости возможно два типа макроскопического движения со скоростями сверхтекучей $\mathbf{v}_s$ и нормальной $\mathbf{v}_n$ компонент. Поэтому тензор диэлектрической проницаемости может зависеть от относительной скорости $\mathbf{w} = \mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s$. Тем самым в однородной, термодинамически равновесной жидкости возможно появление оптической анизотропии, определяемой соотношением

$$\delta \epsilon_{ik} = \lambda w_i w_k \, . \tag{1}$$

Здесь $\delta\epsilon_{ik}$ — нескалярная часть диэлектрической проницаемости, λ — некоторая постоянная, точнее функция температуры и давления. Таким образом, появляется двулучепреломление, т. е. разность диэлектрических проницаемостей для света, поляризованного по вектору относительной скорости $\mathbf{w}$ и в перпендикулярном направлении, равная λw^2.

Вычисление константы двулучепреломления λ можно произвести следующим образом. Рассмотрим сначала область сравнительно низких температур, в которой основным типом элементарных возбуждений в жидкости являются фононы. Их присутствие можно описать как появление флуктуаций плотности, характерная длина волны которых велика по сравнению с межатомным расстоянием, но мала по сравнению с длиной волны света (при не слишком низких температурах). Пространственные гармоники Фурье плотности $\rho_{\mathbf{k}}$ выражаются при этом через операторы рождения $a^+_{\mathbf{k}}$ и уничтожения $a_{\mathbf{k}}$ фононов с импульсом $\mathbf{k}$ известным соотношением:

$$\rho_{\mathbf{k}} = \left(\frac{\rho k^2}{2\omega_k}\right)^{1/2} (a_{\mathbf{k}} + a^+_{-\mathbf{k}}), \tag{2}$$

где ρ — плотность жидкости, $\omega_k = sk$, s — скорость звука.

В общем случае, когда распределение фононов по направлениям импульса неизотроно, жидкость характеризуется неизотропной диэлектрической проницаемостью. В силу макроскопического характера задачи, нескалярная часть $\delta\epsilon_{ik}$ диэлектрической проницаемости может быть точно вычислена. Результат можно представить в виде (см. [2]):

$$\delta\epsilon_{ik} = -\frac{1}{\epsilon}\left(\frac{\partial\epsilon}{\partial\rho}\right)^2 \frac{1}{V} \sum_k \frac{k_i k_k}{k^2} < |\rho_k|^2 >, \tag{3}$$

где ϵ — изотропная часть диэлектрической проницаемости, V — нормировочный объем. После подстановки (2) в (3) получим выражение для $\delta\epsilon_{ik}$ через функцию распределения $n_{\mathbf{k}}$ фононов:

$$\delta\epsilon_{ik} = -\frac{\rho}{\epsilon}\left(\frac{\partial\epsilon}{\partial\rho}\right)^2 \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{k_i k_k}{\omega_k} n_{\mathbf{k}}. \tag{4}$$

При наличии в жидкости сверхтекучего и нормального движений со скоростями $\mathbf{v}_s$ и $\mathbf{v}_n$ функция распределения равна $n_0(\omega_k - \mathbf{k}\mathbf{w})$, где $n_0(\omega)$ — планковская функция распределения. Подставляя эту функцию в формулу (4) и производя разложение по степеням $\mathbf{w}$ вплоть до членов второго порядка, получим

$$\delta\epsilon_{ik} = -\frac{\rho\rho_n}{\epsilon s^2}\left(\frac{\partial\epsilon}{\partial\rho}\right)^2 w_i w_k, \tag{5}$$

где ρ_n — фононная часть плотности нормальной компоненты. В жидком гелии диэлектрическая проницаемость близка к единице и производная $\partial\epsilon/\partial\rho$ с большой точностью равна $(\epsilon-1)/\rho$. Поэтому вместо (5) имеем

$$\delta\epsilon_{ik} = -(\epsilon-1)^2 \frac{\rho_n}{\rho} \frac{w_i w_k}{s^2}. \tag{6}$$

В высокотемпературной ротонной области может быть использована аналогичная (4) формула вида

$$\delta\epsilon_{ik} = -\frac{(\epsilon-1)^2}{\rho} \alpha \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \nu_i \nu_k n_{\mathbf{k}}, \tag{7}$$

где $\nu = \mathbf{k}/k$, $n_{\mathbf{k}}$ — функция распределения ротонов, α — некоторая феноменологическая постоянная. Из (7) аналогично предыдущему получаем

$$\delta\epsilon_{ik} = -(\epsilon-1)^2 \frac{\rho_n}{\rho} \frac{\alpha}{5T} w_i w_k, \tag{8}$$

где ρ_n — ротонная нормальная плотность. Для оценки постоянной α можно использовать гидродинамическую формулу (4), полагая в ней для ротонов $|\mathbf{k}| = p_0$, $\omega_{\mathbf{k}} = \Delta$, где p_0, Δ — импульс и энергия ротонов. Таким путем получаем $\alpha = p_0^2/\Delta$.

Из (8) следует, что при $\rho_n \sim \rho$ разность диэлектрических проницаемостей для света, поляризованного вдоль и перпендикулярно w, по порядку величины равна $(\epsilon-1)^2(w/v_L)^2 \sim 3\cdot 10^{-3}(w/v_L)^2$, v_L — критическая скорость Ландау. Такое значение, по-видимому, вполне может быть обнаружено экспериментально.

В заключение отметим, что с обсуждаемым эффектом термодинамически связано появление анизотропии плотности нормальной компоненты жидкости во внешнем электрическом слое $\mathbf{E}$. Действительно, из термодинамического тождества $dU = -(1/4\pi)\mathbf{D}\,d\mathbf{E} - \mathbf{p}\,d\mathbf{w}$, где $D_i = \epsilon_{ik}E_k$, $\mathbf{p}$ — импульс относительного движения нормальной и сверхтекучих компонент, и равенства (1) следует, что плотность нормальной компоненты $\rho_{ik}^{(n)} = \partial p_i/\partial w_k$ содержит нескалярную часть, равную $(\lambda/4\pi)E_i E_k$.

Институт физических проблем
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
29 декабря 1979 г.

Литература

[1] Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Электродинамика сплошных сред, Физматгиз, М., 1959, 81.

[2] А.Ф.Андреев. Письма в ЖЭТФ, 19, 713, 1974.