

К ТЕОРИИ ТЕПЛОВОЙ МОДУЛЯЦИОННОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ

Т.М.Буринская, А.С.Волокитин

В работе исследуется нелинейная стадия развития модуляционной неустойчивости волн в замагниченной плазме вследствие ее разогрева. Рассмотрение ограничено одномерной моделью с модуляцией плотности поперек магнитного поля. Получены численные решения и теоретические оценки параметров возникающей структуры.

В работе [1] показано, что порог параметрической неустойчивости существенно понижается, если электроны замагниченны. В этом случае, в отличие от обычной модуляционной неустойчивости, модуляция плотности возникает вследствие неоднородного разогрева плазмы, а не под действием стрикционных сил. Эта тепловая модуляционная неустойчивость приводит к образованию неоднородностей плазмы, вытянутых вдоль магнитного поля, поскольку выравнивание температуры и плотности вдоль происходит существенно быстрее, чем поперек поля. Это позволяет в первом приближении рассматривать развитие модуляции плотности в одномерном случае, перпендикулярно магнитному полю.

Электроны предполагаются замагниченными $\omega_e \equiv eH/m_e c \gg \nu$, где ν – частота столкновений электронов с атомами. Высокочастотное электрическое поле описываем уравнением, получающимся при усреднении по высокой частоте $\omega = \omega_p + \omega_e^2/2\omega_p$ аналогично [2].

$$i \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\nu}{2} E + \frac{3}{2} \omega_p l_d^2 \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \frac{\omega_p}{2} \frac{\delta n}{n} E + (\Delta + i\nu/2) E_0 e^{-i\Delta t}. \quad (1)$$

Здесь E – амплитуда полного поля, $\omega_p = \sqrt{\frac{4\pi e^2 n}{m_e}}$, $l_d = \frac{1}{\omega_p} \sqrt{\frac{T_e}{m_e}}$,

$\Delta = \omega_0 - \omega$, E_0 и ω_0 – амплитуда и частота поля накачки,

Издательство "Наука", Письма в ЖЭТФ, 1978.

Медленные квазинейтральные колебания плотности и температуры ($\partial/\partial t \ll \nu$) описываются уравнениями

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{\delta n}{n} = \frac{\nu T_e}{m_e \omega_e^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{\delta n}{n} + \frac{\delta T_e}{T} \right), \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{\delta T_e}{T} = \frac{5}{2} \frac{\nu T_e}{m_e \omega_e^2} \frac{\partial^2 \delta T_e}{\partial x^2 T} - \delta_\epsilon \nu \frac{\delta T_e}{T} + \frac{2}{3} \nu \frac{|E|^2}{8\pi n T_e}. \quad (3)$$

При выводе (2) – (3) полагаем $T_i \approx T_a = T$, и пренебрегаем термосилой и потоком тепла, связанным с током электронов, которые малы в слабоионизированной плазме. Как можно показать¹⁾, условие применимости уравнений (2), (3) ($\partial/\partial t \ll \nu$) выполняется, если $|E|^2 \lesssim 4\pi n T_e \omega_e^2 / \rho_e^2$.

При этом вдали от порога $|E|^2 > E_{th}^2 = 16\pi n T_e \nu^2 / \beta \omega_e^2$ в области волновых чисел $(k\rho_e)^4 \lesssim (\omega_p / \omega_e)^2 |E|^2 / 12\pi n T_e$ развивается неустойчивость с максимальным инкрементом $\gamma \approx \nu \sqrt{|E|^2 / 4\pi n T_e}$, здесь $\rho_e = 1/\omega_e \sqrt{T_e/m_e}$.

Последний член в уравнении (3) содержит малый множитель – долю неупругих соударений $\delta_\epsilon \sim \frac{m_e}{m_a} \ll 1$, и оказывается существенным только для относительно больших масштабов модуляции $l \sim \rho_e \frac{m_a}{m_e}$.

В то же время характерный размер образующихся неоднородностей оказывается существенно меньше $l_\perp \sim \rho_e \left(\frac{\omega_e^2}{\omega_p^2} \frac{4\pi n T_e}{|E|^2} \right)^{1/4}$ (см. ниже). Поэтому

мы ограничимся изучением мелко масштабной структуры, хотя такой анализ не является полным, как видно из того, что если не учитывать охлаждение электронов (член с δ_ϵ), то отсутствуют стационарные решения (1) – (3).

Оценим параметры образующихся областей пониженной плотности каверны. Из условия локализации поля в каверне находим $\frac{\delta n_s}{n} \sim \frac{l_d^2}{l_\perp^2}$,

где l_\perp – поперечный размер, δn_s – понижение плотности в каверне. Баланс нагрева и отвода тепла вследствие теплопроводности дает $\frac{\delta T_e}{T} \sim \frac{l_\perp^2}{\rho_e^2} \frac{E_s^2}{8\pi n T_e}$. Так как в равновесии $\frac{\delta T_e}{T} \approx \frac{\delta n_s}{n}$, находим

$$\frac{\delta n_s}{n} \sim \frac{\omega_e}{\omega_p} \frac{E_s}{\sqrt{8\pi n T_e}}, \quad l_\perp \sim \rho_e \left(\frac{\omega_e^2}{\omega_p^2} \frac{4\pi n T_e}{E_s^2} \right)^{1/4}, \quad (4)$$

где E_s – характерное поле в каверне.

¹⁾ В работе Т.М.Буриной, которая будет опубликована в "Физике плазмы" в 1978 г.

Уравнения (1) – (3) решались численно с периодическими граничными условиями, что позволило достаточно полно проанализировать мелко-масштабную структуру модуляции плотности. Результаты решения при начальном условии: $E -$ малые возмущения, $E_0 = 2\nu\sqrt{24\pi n T_e}$, $\omega_e^2/\omega_p^2 = 15\nu/\omega_p$ показаны на рис. 1–3. Рост $P = \int \left(\frac{\delta n}{n}\right)^2 \frac{dx}{L}$ в квазистационарном состоянии объясняется развитием длинноволновой модуляции на фоне практически стационарной мелкомасштабной структуры. Анализ различных вариантов показал, что оценки (4) удовлетворительно согласуются с результатами решения в квазистационарном состоянии.

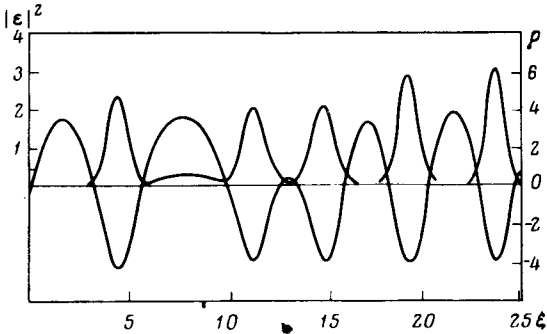


Рис. 1. Пространственное распределение плотности плазмы $(\delta n/n) = (4\nu/\omega_p)\rho$ и поля $|E|^2 = |\epsilon|^2 24\pi n T_e$ при $\tau \equiv 2\nu t = 40$. Здесь $(\omega_e^2/\omega_p^2) = 15(\nu/\omega_p)$, $x = (\sqrt{3}/2)l_d(\omega_p/\nu)^{1/2}\xi$

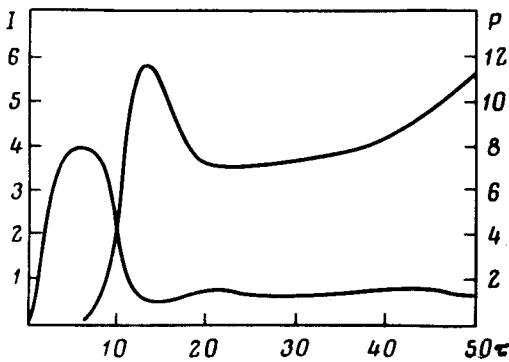


Рис. 2. Зависимость от времени степени модуляции плотности $P = \int \rho^2 (d\xi/L)$ и энергии поля $I = \int |\epsilon|^2 (d\xi/L)$

Отметим, что решение оказывается практически не зависящим от расстройки при $|\Delta| \lesssim \nu$.

Интересной оказывается зависимость параметров каверны от амплитуды внешнего поля. Согласно результатам численного решения $E_s^2 \sim E_0$.

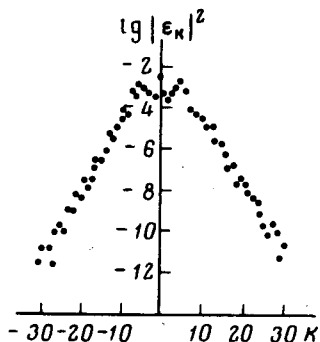


Рис.3 Спектр плазменных колебаний при $\tau = 40$

Такую зависимость можно объяснить, рассматривая баланс энергии от внешнего источника скорости нагрева плазмы

$$2\text{Im} \{ (\Delta + i\nu/2) E_0 e^{i\Delta t} \int E dx \} = \nu \int |E|^2 dx. \quad (5)$$

Далее воспользуемся оценкой $\int E dx \approx \frac{2\Delta + i\nu}{i\nu - \omega_p (\delta n/n)_{\text{CP}}} E_0 e^{-i\Delta t}$ следующей из уравнения (1). Здесь $(\delta n/n)_{\text{CP}}$ — средняя глубина каверны,

и $(\delta n/n)_{\text{CP}} = -\frac{\delta n_s}{n}$. В случае $\omega_p \frac{\delta n_s}{n} > \nu > 2|\Delta|$ из (5) следует

$$\left(\omega_p \frac{\delta n_s}{n} \right)^2 E_s^2 l_{\perp} \sim \nu^2 E_0^2 l_{\perp}, \text{ что в сочетании с (4) приводит к зависимости}$$

$$E_s^2 \sim (\nu/\omega_p) E_0 \sqrt{4\pi n T_e}.$$

Как показывает численное решение, среднее расстояние между кавернами λ оказывается пропорциональным E_0^{α} , где $\alpha \approx 0,5$, что находится в хорошем соответствии с минимальной длиной, на которой может развиваться неустойчивость.

Полученные результаты позволяют заключить, что скорость нагрева плазмы $\frac{d}{dT} \langle T_e \rangle \approx \nu E_s^2 l_{\perp} / \lambda \sim E_0^{7/4}$, а сечение рассеяния для пробных волн на возникающей структуре $\sigma \sim (\delta n/n)^2 \sim E_0$.

Авторы благодарны В.Д.Шапиро и В.И.Шевченко за интерес к работе и полезные обсуждения полученных результатов.

Институт космических исследований
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
7 декабря 1977 г.

Литература

- [1] С.М.Грач, В.Ю.Трахтенгерц. Изв. высш. уч. зав., сер. Радиофизика, 18, 1288, 1975.
[2] В.Е.Захаров. ЖЭТФ, 62, 1945, 1975.