*Письма в ЖЭТФ, том 27, вып.7, стр. 417 – 420* *5 апреля 1978 г.*

# ЧАСТОТНЫЕ ОСОБЕННОСТИ ДИССИПАЦИИ В СМЕШАННОМ СОСТОЯНИИ ЧИСТЫХ СВЕРХПРОВОДНИКОВ ВТОРОГО РОДА ПРИ НИЗКИХ ТЕМПЕРАТУРАХ

*Н.Б.Копнин*

Диссипативная часть тензора проводимости в предельно чистых сверхпроводниках при низких температурах имеет пик на частоте $\omega \sim \Delta^2/E_F$, обусловленный наличием связанных состояний в остовах вихрей.

Чистые сверхпроводники второго рода в смешанном состоянии обладают рядом интересных особенностей. Так, проводимость и угол Холла в постоянном электрическом поле при низких температурах $T \ll \Delta$ существенным образом зависят от времени свободного пробега электронов по отношению к столкновениям с примесями в области $\tau \sim E_F/T_c^2$, т.е. в той области, где согласно критерию Андерсона сверхпроводник должен считаться чистым: $\tau\Delta \gg 1$. Как было показано в работе [1], в магнитных полях $H \ll H_{c2}$ переход к бездиссипативному движению вихрей (увлечение вихрей натекающим сверхтекучим потоком) происходит при $\tau\Delta^2/E_F \gg 1$, в то время как при $\tau\Delta^2/E_F \ll 1$ движение вихрей сохраняет диссипативный характер. Эти свойства чистых сверхпроводников обусловлены наличием связанных состояний в остовах вихрей [2]. Низколежащие связанные состояния $\epsilon_\nu(k)$ характеризуются азимутальным квантовым числом $\nu$ и импульсом $k$ вдоль оси вихря. По азимутальному числу эти уровни образуют эквидистантный дискретный спектр с расстоянием между уровнями $\partial\epsilon_\nu(k)/\partial\nu \sim \Delta^2/E_F$. Соотношение между временем пробега $\tau$ и расстоянием между уровнями и определяет указанные выше особенности движения вихрей.

Представляется довольно очевидным, что наличие связанных состояний должно также сильно сказываться на поглощении высокочастотного электромагнитного поля в области частот $\omega \sim \Delta^2/E_F \sim 10^8 - 10^9 сек^{-1}$. Эти эффекты должны наиболее отчетливо проявляться в предельно чистом случае $\tau\Delta^2/E_F \gg 1$. Изучению таких особенностей и посвящена настоящая работа.

Ниже мы будем рассматривать случай низких температур $T \ll \Delta$ и считать для простоты, что параметр Гинзбурга – Ландау $\kappa \gg 1$, а магнитное поле удовлетворяет условию $H_{c1} < H \ll H_{c2}$.

Существование электрического поля в массиве сверхпроводника обязано электромагнитной индукции, возникающей при движении вихревых нитей:

$$\mathbf{E} = -i\omega c^{-1} B[\mathbf{n}_H, \mathbf{u}_\omega], \tag{1}$$

где $B$ – магнитная индукция, $\mathbf{n}_H$ – единичный вектор в направлении $\mathbf{B}$, а $\mathbf{u}$ – смещение вихревых нитей. Связь между током и смещением вихрей находится согласно [1] из соотношения

$$\frac{\pi}{e}[\mathbf{j}_{tr}, \mathbf{n}_H] = \nu(0) \int \frac{\partial \epsilon}{4} d^2\mathbf{r}\, \mathrm{Sp}\{\hat{g}^{(a)} \nabla \hat{H}\}, \tag{2}$$

где $\hat{H} = \begin{pmatrix} 0 & -\Delta \\ \Delta^* & 0 \end{pmatrix}$,

а матричная функция Грина $\hat{g}^{(a)}$ при $\tau \Delta^2 / E_F >> 1$ определяется уравнением

$$\hat{g}^{(a)}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\pi i \nu(0)} \int d^3\mathbf{r}_1 \hat{G}^R_\epsilon(\mathbf{r},\mathbf{r}_1) \frac{\omega \mathbf{u}_\omega}{2T} \nabla \hat{H} \mathrm{ch}^{-2}\left(\frac{\epsilon}{2T}\right) \hat{G}^A_{\epsilon-\omega}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}). \tag{3}$$

Выражения для функций $\hat{G}^{R(A)}_\epsilon$ были получены в [1]. Полюсная часть функций $\hat{G}^{R(A)}_\epsilon$ представляет собой разложение по собственным функциям связанных состояний. При суммировании по $\nu$ основной вклад в (2) дает обход полюсов, соответствующих связанным состояниям. В результате получаем

$$j_{tr\, i} = \sigma_{ik}(\omega) E_k, \tag{4}$$

где тензор проводимости

$$\sigma_{ik}(\omega) = \sigma^{(O)}(\omega)\, \delta_{ik} + \delta^{(H)}(\omega) e_{ikl} (\mathbf{n}_H)_l$$

имеет вид

$$\sigma^{(O)}(\omega) = -i \frac{ce}{B} \int_{-p_F}^{p_F} \frac{dk}{(2\pi)^2} q^2 \frac{\partial \epsilon_\nu(k)}{\partial \nu} \frac{\omega + \frac{i}{\tau_k}}{\left(\frac{\partial \epsilon_\nu}{\partial \nu}\right)^2 - \left(\omega + \frac{i}{\tau_k}\right)^2}, \tag{5}$$

$$\sigma^{(H)}(\omega) = \frac{ce}{B} \int_{-p_F}^{p_F} \frac{dk}{(2\pi)^2} q^2 \left(\frac{\partial \epsilon_\nu(k)}{\partial \nu}\right)^2 \frac{1}{\left(\frac{\partial \epsilon_\nu}{\partial \nu}\right)^2 - \left(\omega + \frac{i}{\tau_k}\right)^2}. \tag{6}$$

Здесь $\epsilon_\nu(k)$ – энергия связанных состояний [2]:

$$\epsilon_\nu(k) = \int_0^\infty \frac{\nu |\Delta|}{q\rho} e^{-2K} d\rho \Big/ \int_0^\infty e^{-2K} d\rho,$$

а

$$\tau_k^{-1} = \frac{1}{2\tau} \int\limits_0^\infty (g^R - g^A) e^{-2K} d\rho \Big/ \int\limits_0^\infty e^{-2K} d\rho \ ,$$

$$K = \int\limits_0^\rho \frac{m\,|\Delta|}{q} d\rho, \qquad q = (p_F^2 - K^2)^{1/2}.$$

Выражения (5), (6) верны в пределе $\tau\Delta^2/E_F >> 1$, они, однако, качественно описывают ситуацию и в случае $\tau\Delta^2/E_F \sim 1$. Из выражения (5) видно, что вещественная часть $\mathrm{Re}\,\sigma^{(0)}(\omega)$, определяющая диссипацию, при $\tau\Delta^2/E_F \sim 1$ имеет, вообще говоря, пик на частоте $\omega \sim \Delta^2/E_F$. Точное выражение для $\sigma_{ik}(\omega)$ при $\tau\Delta^2/E_F \sim 1$ можно получить, определяя $\hat{g}^{(a)}$ из полного кинетического уравнения. Аналитическое решение кинетического уравнения возможно, однако, лишь при определенных упрощающих предположениях относительно вида потенциала $|\Delta(\rho)|$ (см. например [1]).

Для предельно чистых сверхпроводников $\tau\Delta^2/E_F >> 1$ проводимость сильно зависит от соотношения между $\omega$ и $\partial\epsilon_\nu(k)/\partial\nu$. При $\omega << \partial\epsilon_\nu(k)/\partial\nu$ уравнение (4) с учетом (1) принимает вид

$$\frac{\pi}{e} \left[ \left( \mathbf{j}_{tr} - Ne \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \right), \mathbf{n}_H \right] = M \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} \ ,$$

где в левой части стоит сила Магнуса, а "масса" вихря (на единицу длины)

$$M = \int\limits_{-p_F}^{p_F} \frac{dk}{4\pi} \, q^2 \left( \frac{\partial \epsilon_\nu(k)}{\partial \nu} \right)^{-1} \sim N m \xi_0^2 \, .$$

Такая связь между током и смещением $\mathbf{u}$ приводит к существованию собственных колебаний решетки вихревых нитей с квадратичным законом дисперсии.

При $|\omega| < min(\partial\epsilon_\nu/\partial\nu)$ вещественная часть $\mathrm{Re}\,\sigma^{(0)}(\omega) = 0$ и диссипация отсутствует. Если же $|\omega| > min(\partial\epsilon_\nu/\partial\nu)$, в подинтегральном выражении в (5) появляется полюсная особенность, вклад которой дает конечную вещественную часть $\mathrm{Re}\,\sigma^{(0)}(\omega)$:

$$\mathrm{Re}\,\sigma^{(0)}(\omega) = \frac{c\,e}{B} \frac{q_0^2}{4\pi} \frac{\partial \epsilon_\nu(k_0)}{\partial \nu} \Bigg/ \left| \frac{\partial^2 \epsilon_\nu(k_0)}{\partial \nu \partial k} \right| ,$$

где $k_0$ определяется из условия $\omega = \partial\epsilon_\nu(k_0)/\partial\nu$. Вблизи края "полосы поглощения", $\omega = min(\partial\epsilon_\nu/\partial\nu)$, вторая производная $\partial^2\epsilon_\nu(k)/\partial\nu\partial k$ обращается в нуль, что приводит к корневой особенности в поглощении.

Для наглядности приведем выражение для $\mathrm{Re}\,\sigma^{(O)}(\omega)$ в модели [3], согласно которой $|\Delta(\rho)|$ выходит на постоянное значение $|\Delta_\infty|$ на расстояниях порядка $\xi_1 = \xi_0\, T/\Delta$. В этом случае $\partial\epsilon_\nu/\partial\nu = \dfrac{m|\Delta|^2}{q^2}\ln\dfrac{|\Delta|}{T}$ и

$$\mathrm{Re}\,\sigma^{(O)}(\omega) = \frac{3\pi}{4}\,\frac{Nec}{B}\,\frac{1}{\tilde{\omega}^{3/2}(\tilde{\omega}-1)^{1/2}}\,\Theta(\tilde{\omega}-1),$$

где

$$\tilde{\omega} = \omega\, 2E_F/|\Delta|^2 \ln\left(\frac{|\Delta|}{T}\right).$$

Институт теоретической физики
им. Л.Д.Ландау
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
16 февраля 1978 г.

## Литература

[1] Н.Б.Копнин, В.Е.Кравцов. Письма в ЖЭТФ, **23**, 631, 1976.

[2] C.Caroli, P.G. de Gennes, J.Matricon. Phys. Lett., **9**, 307, 1964.

[3] L.Kramer, W.Pesch. Z. Phys., **269**, 59, 1974.