Письма в ЖЭТФ, том 27, вып.9, стр. 477 – 481 *5 мая 1978 г.*

СПИНОВОЕ СТЕКЛО С НЕМАГНИТНЫМИ ДЕФЕКТАМИ

А.А.Абрикосов, С.И.Мухин

Построена теория спиновых стекол с $n_m^{1/3} l \ll 1$, где n_m – концентрация магнитной примеси, l – длина пробега. Найдены теплоемкость, магнитная восприимчивость, электрическое сопротивление высоких и низких температур и в области "перехода".

Взаимодействие между локализованными спинами, помещенными в немагнитный металл выражается известной формулой (см. [1])

$$H_{12} = -(J/n)^2(\mathbf{S}_1\mathbf{S}_2)\frac{p_0 m}{4\pi^3}\frac{\cos 2p_0 r}{r^3}e^{-r/l}, \qquad (1)$$

где J – обменная энергия электрон-примесь; n – плотность атомов основного металла; p_0 – импульс Ферми; l – длина пробега электрона. Обычно рассматривается случай, когда длина пробега велика $l \gg n_m^{-1/3}$, где n_m – концентрация магнитной примеси. В этом случае экспоненциальным множителем можно пренебречь, и возникает взаимодействие, называемое RKKY [2]. У такого взаимодействия есть два свойства очень затрудняющие его рассмотрение: знакопеременность и дальнодействие. Мы рассмотрим случай, который в принципе осуществим, если в металле имеется достаточно большая концентрация немагнитных дефектов. При этом взаимодействие становится короткодействующим, и каждый примесный спин взаимодействует лишь с одним ближайшим соседом.

При самых низких температурах основная часть спинов заморожена, и термодинамические характеристики, а также температурная зависимость сопротивления определяется немногими слабо **связанными** спинами, т.е. теми, у которых либо ближайший сосед находится далеко, либо $\cos 2p_0 r$ в (1) оказался близким к нулю. Поскольку спин ближайшего соседа заморожен, то рассматриваемый спин находится под действием эффективного поля H, равного

$$H = V_0 qS \exp(-r/l)\, r^{-3}, \tag{2}$$

где $q = |\cos 2p_0 r|$, $V_0 = (J/n)^2 p_0 m/(4\pi^3)$.

Таким образом, надо найти соответствующую величину для данного поля H, а затем усреднить по распределению вероятности различных значений q и r. Например, имеем для теплоемкости единицы объема

$$C = n_m \int 4\pi n_m r^2 \exp\left(-\frac{4\pi}{3} n_m r^3\right) dr\, \frac{2}{\pi} \int\limits_0^1 \frac{dq}{\sqrt{1-q^2}} \left\{ \phi\left(\frac{H}{2T}\right) - \phi\left[\left(S+\frac{1}{2}\right)\frac{H}{T}\right]\right\}, \tag{3}$$

где $\phi(x) = x^2/\mathrm{sh}^2 x$. При низких температурах в интеграле существенны малые q. Получающийся интеграл по r берется по методу перевала около "перевального" значения $r_1 = (4\pi n_m l)^{-1/2}$. При этом получается

$$C = \frac{\sqrt{\pi}}{3} \frac{T}{V_0(2S+1)} (4\pi n_m l^3)^{-3/4} \exp\left[\frac{2}{3}(4\pi n_m l^3)^{-1/2}\right], \tag{4}$$

$$\chi = \frac{1}{3\pi^{3/2}} \frac{\mu^2}{V_0} (4\pi n_m l^3)^{-3/4} \exp\left[\frac{2}{3}(4\pi n_m l^3)^{-1/2}\right] \ln \frac{T_0}{T} \tag{5}$$

(при вычислении магнитной восприимчивости χ учтено то, что характерное поле H может иметь любую ориентацию относительно внешнего поля).

Для нахождения температурной зависимости сопротивления используется общая формула работы [3]:

$$\rho = \rho_0 + \frac{2m^2}{3e^2 n_e^2 T} \int \omega_{pp'}\, \mathrm{v}(\mathrm{v}-\mathrm{v}')(1-f_0) f_0' \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \frac{d^3\mathbf{p}'}{(2\pi)^3}, \tag{6}$$

где $n_e = p_0^3/(3\pi^2)$ – плотность электронов, ρ_0 – вклад **потенциального** рассеяния, $f_0(\xi)$ – функция Ферми, $\xi = \epsilon - \mu$

$$w_{pp'} = n_m (J/n)^2 K(\xi_p - \xi_{p'}),$$

$$K(\omega) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} dt e^{i\omega t} \langle S(0)\, S(t) \rangle,$$

$S(t) = \exp(i\mathcal{H}t) S \exp(-i\mathcal{H}t)$, $\mathcal{H} = -\mathbf{H}\mathbf{S}$, $\langle \cdots \rangle$ – термодинамическое среднее. В результате получаем:

$$\rho = \rho_0 \left\{ 1 + 4\pi^2 n_m V_0 \tau S^2 + \sqrt{2\pi}\, [\dot{I}(S)/S]\, T\tau (4\pi n_m l^3)^{-3/4} \exp\left[\frac{2}{3}(4\pi n_m l^3)^{-1/2}\right] \right\}, \tag{7}$$

где $\rho_0 = n_e e^2 \tau / m$, $\dot{I}(1/2) = \pi^{2/4}$, $\dot{I}(1) = (8\pi^2/27) - (\pi/3\sqrt{3})$, $\dot{I}(S \gg 1) = 2S + 1/2 + 0(1/2S)$.

Формулы (4), (5), (7) верны при $T \ll T_0$, где T_0 примерно соответствует энергии взаимодействия спинов при $q \sim 1$ на "перевальном" расстоянии $(4\pi n_m l)^{-1/2}$

$$T_0 = V_0 S^2 n_m (4\pi n_m l^3)^{3/4} \exp[-(4\pi n_m l^3)^{-1/2}]. \tag{8}$$

При $T \gtrsim T_0$ малые q не играют выделенной роли в интегралах и получаются другие температурные зависимости. Вычисление по тем же общим формулам дает

$$C = n_m (4\pi n_m l^3) \ln(2S+1) \ln^2 (V_0 S^2 n_m / T) \exp\left[-\frac{1}{3}(4\pi n_m l^3) \ln^3 (V_0 S^2 n_m / T)\right], \tag{9}$$

$$\chi = n_m \mu^2 S(S+1) T^{-1} \exp\left[-\frac{1}{3}(4\pi n_m l^3) \ln^3 (V_0 S^2 n_m / T)\right], \tag{10}$$

$$\rho = \rho_0 \left\{ 1 + 4\pi n_m V_0 \tau \left[S^2 + S \exp\left[-\frac{1}{3}(4\pi n_m l^3) \ln^3 (V_0 S^2 n_m / T)\right]\right] \right\}. \tag{11}$$

Эти формулы перестают быть применимыми при $T \tilde{>} \Theta$, где "температура перехода" Θ равна

$$\Theta = a^{-1} V_0 S^2 n_m \exp[-a^{1/3} (n_m^{1/3} l)^{-1}], \tag{12}$$

где $a = 3\beta_c / 4\pi$, $\beta_c = 3 \pm 0{,}1$ (см.ниже). При $T \gtrsim \Theta$ отдельные слабо связанные спины перестают играть выделенную роль.

Если $T \gg \Theta$, можно воспользоваться идеей вириального разложения, развитой в [3]. Добавка первого порядка к выражению для свободных спинов (последнее может быть нулем) определяется парами, находящимися на "тепловом" расстоянии, $r(T)$ определяемым условием

$$V_0 S^2 r^{-3}(T) \exp[-r(T)/l] = T. \tag{13}$$

Если это расстояние больше l, т.е. $\Theta \ll T \ll T_1$, где

$$T_1 = V_0 S^2 / l^3, \tag{14}$$

то по методу [3] получаются следующие выражения

$$C = 4\pi n_m^2 l^3 \ln^2(V_0 S^2/Tl^3)[\ln(2S+1) - \frac{1}{4}\ln(4s+1)], \quad (15)$$

$$\chi = (n_m \mu^2/3T)[S(S+1) - (2\pi/3)n_m l^3 S \ln^3(V_0 S^2/Tl^3)], \quad (16)$$

$$\rho = \rho_0 + \rho_s(1 - n_m l^3 a_s), \; \rho_s = 4m\pi^2 n_m V_0 S(S+1)/n_e e^2,$$
$$a_s = \pi(\frac{2}{3}S + 1)(S+1)^{-1}\ln^3(V_0 S^2/Tl^3). \quad (17)$$

Формулы типа (15) и (16) были получены в работе [4], для другой системы, но тоже с экспоненциальным взаимодействием.

При $T >> T_1$ $r(T) << l$ и получаются формулы работы [3] для RKKY взаимодействия.

Для изучения окрестности точки перехода можно применить перколяционный подход. Именно это было сделано в [5], однако автор рассматривал RKKY взаимодействие для которого такой подход не оправдан. Будем полагать, что спины на расстоянии больше $r(T)$ (см. (13)), не взаимодействуют, а на меньшем расстоянии сильно взаимодействуют и жестко связаны. Мы приходим к так называемой задаче шаров, в которой условием образования бесконечного кластера является (см. [16])

$$\beta = \beta_c,$$
$$\beta = \frac{4\pi}{3} r^3(T) n_m. \quad (18)$$

Численный расчет дает $\beta_c = 3 \pm 0,1$.

Из (13) и (18) получаем для Θ формулу (12).

В [5] задача шаров была заменена задачей на решетке Бете, что вообще говоря, не нейтральная операция. Это дало возможность найти $\chi(T)$, причем получилась кривая с изломом при $T = \Theta$. В частности при $T > \Theta$ оказалось

$$\chi = \frac{n_m \mu^2 S^2}{3T}. \quad (19)$$

Можно сказать, что эта формула справедлива и для истинной задачи шаров достаточно близко к точке перехода.

Теплоемкость при Θ практически не имеет особенностей. Это следует из того, что вклад в теплоемкость дают лишь связи порядка $T(\Theta)$, и они возникают в основном за счет периферических спинов, присоединяющихся к кластерам. Особая часть теплоемкости возникает за счет связей, которые должны замкнуться, чтобы образовать бесконечный кластер. Число таких связей обратнопропорционально среднему размеру кластера, который имеет порядок $|\beta - \beta_c|^\gamma$, где $\gamma = 1,69 \pm 0,3$ [7].

Отсюда получается особая часть теплоемкости порядка

$$C_{sing} \sim \left(\frac{T-\Theta}{\theta} \right)^{\gamma} (n_m^{1/3} l)^{\gamma} n_m \qquad (20)$$

эта часть обращается в нуль вместе со своей производной при $T = \Theta$, а при $T - \Theta$ Θ мала по сравнению с найденной выше неособой частью.

По тем же причинам нет особенности и в $\rho(T)$.

Институт теоретической физики
им. Л.Д.Ландау
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
6 марта 1978 г.

Литература

[1] Д.Маттис. Теория магнетизма, М.,изд. Мир, 1967.

[2] M.A.Ruderman, C.Kittel. Phys. Rev., **96**, 99, 1954; T.Kasuya. Prog. Theor. Phys., **16**, 45, 1956; K.Yosida. Phys. Rev., **106**, 893, 1957.

[3] А.И.Ларкин, Д.Е.Хмельницкий. ЖЭТФ, **58**, 1789, 1970; А.И.Ларкин, В.И.Мельников, Д.И.Хмельницкий. ЖЭТФ, **60**, 846, 1971.

[4] М.А.Иванов, Е.Ф.Шендер. ЖЭТФ, **69**, 350, 1975.

[5] D.A.Smith. J. Phys., **F4**, L266, 1974; J. Phys., **F5**, 2148, 1975.

[6] Б.И.Шкловский, А.Л.Эфрос, ЖЭТФ, **60**, 867, 1971; Б.И.Шкловский. ЖЭТФ, **61**, 2033, 1971.

[7] М.Е.Левинштейн, Б.И.Шкловский, М.С.Шур, А.Л. Эфрос. ЖЭТФ, **69**, 386, 1975.