

ЗАМЕЧАНИЕ О ФРЕЛИХОВСКОЙ ПРОВОДИМОСТИ В ОДНОМЕРНЫХ СИСТЕМАХ

Л.П.Горьков

В пределе сколь угодно малых концентраций примесей показано, что в одномерной системе происходит полный "пиннинг" фрелиховской сверхструктуры, соответственно чему статическая проводимость при $T = 0$ обращается в нуль.

В одномерной проводящей системе электрон-фононное взаимодействие приводит к структурной неустойчивости, замеченной впервые независимо Пайерлсом и Фрелихом [1]. Неустойчивость состоит в развитии деформации решетки вида $u_0 \cos(2k_F x + \phi)$ за счет того, что вклад электронов проводимости в упругую энергию компенсирует ее решеточную составляющую. Соответственно, полная плотность упругой энергии при нуле температур имела бы вид

$$F = \rho \frac{\omega_0^2 u^2(x)}{2} + \frac{2}{\pi v} \left\{ -\frac{\Delta^2}{2} \ln \frac{2E_F}{\Delta} - \frac{\Delta^2}{4} + \frac{v^2}{2} \left(\frac{\nabla \phi}{2} \right)^2 \right\}, \quad (1)$$

где второй член описывает вклад электронов со спектром

$$\epsilon(k) = E_F + vq \pm \sqrt{v^2(k - q)^2 + \Delta^2} \quad (2)$$

и "щель" $\Delta = |d_1 u_{\pm}(2k_F + q)|$ обязана деформации решетки:

$$u_{\pm}(2k_F + q) \equiv u^{\pm} = |u^{\pm}| \exp(\pm i(2k_F + q)x \pm i\phi) \quad (3)$$

(d_1 - деформационный потенциал электронов).

Минимизация (1) по u^{\pm} при $T = 0$ определяя $\nabla \phi = 0$ (в (2) $q = \nabla \phi / 2$) и величину деформации:

$$\rho \omega_0^2 \Delta - \frac{d_1^2 \Delta}{\pi v} \ln \frac{2E_F}{\Delta} = 0 \quad (4)$$

оставляет произвол в выборе фазы.

Фрелих [1] высказал мысль, что в пренебрежении дефектами и процессами переброса структура (3) могла бы перемещаться с постоянной скоростью вдоль решетки, и с этим движением связан бездиссипативный ток. Этот механизм сверхпроводимости обсуждался затем в [2]. В [3, 4] было указано, что и при конечных, но малых температурах ($T \ll \Delta$) состояние системы близко к основному состоянию (уравнения (1), (4)), отличаясь от него, флуктуациями фазы ("модель псевдощели"). Согласно [3, 4] в подобной системе возможен стационарный сверхпроводящий ток с эффективным числом носителей $n_s \sim n_0 (\omega_0 / \Delta)^2$ (где n_0 - число носителей в одномерном металле).

Содержанием настоящей статьи является утверждение, что в одномерной системе с беспорядком движение структуры невозможно, и что произвольно малое число примесей при $T = 0$ приводит отнюдь не к появлению небольшого "трения" [3], а к тождественно равной нулю проводимости. Физика дела совершенно аналогична моттовской локализации [5] электронов проводимости в одномерной системе [6, 7]; в присутствии дефектов собственные функции, описывающие колебательные степени свободы коротковолновых фононов ($k \sim 2k_F$) локализованы в пространстве. Поэтому деформации в основном состоянии системы при $T = 0$, определяемые минимизацией упругой энергии, не соответствуют когерентной структуре (3).

В отсутствие дефектов колебания фазы описываются звуковым уравнением [3, 4]:

$$\ddot{\phi}_1 - u^2 \phi_1'' = 0, \quad (5)$$

где $u^2 = d_1^2 v^2 / 4 \pi v \Delta^2 \rho$. Ниже удобно пользоваться безразмерным параметром $g_{ph}^2 = d_1^2 / \pi v \rho \omega_0^2$ (ρ — массовая плотность); тогда $u/v = g_{ph} (\omega_0 / 2\Delta)$.

Дефекты прежде всего приводят к рассеянию электронов проводимости и локализации электронов в задаче об одномерной проводимости [6, 7]. Ниже мы для упрощения пренебрежем связанным с дефектами беспорядком в упругой матрице решетки. Предполагается, что радиус действия потенциала "примеси" мал, меньше корреляционной длины $\xi_0 = \hbar v / \Delta$, концентрация примесей также достаточно мала, т. е. средние расстояния, \bar{r} между дефектами больше ξ_0 .

В исходном приближении на отрезке между двумя примесями в основном состоянии равновесная конфигурация смещений ионов, относительно которой и происходят колебания, по-прежнему имеет вид (3). При выводе уравнения для низколежащих колебаний фазы, заменяющего (4), упростим рассмотрение, оставив только составляющие потенциала примеси, перебрасывающие при рассеянии электрон с одной стороны "ферми-поверхности" на другую (скажем, от k_F на $-k_F$):

$$V^\pm(x - a) = |V| \exp[\pm i(2k_F(x - a) + \phi)] \delta(x - a). \quad (6)$$

Вид потенциала (6) отражает предположение об "атомном" характере дефекта.

Сначала надо найти новые равновесные положения осцилляторов

$$u^\pm(x) = |u^\pm(x)| \exp[\pm i(2k_F x + \phi(x))], \quad (3')$$

где зависимость $|u^\pm(x)|$, $\phi(x)$ от координат обязана примесям, а затем разложить полную упругую энергию по малым отклонениям, u_1^\pm , от этих положений до квадратичных членов.

Условие равновесия имеет вид ($T = 0$):

$$\rho \omega_0^2 u^\pm(x) + 2 d_1 \int G_+^{(\omega)}(x, x) (d\omega / 2\pi) = 0, \quad (7)$$

а квадратичные по u_1^\pm члены в полной упругой энергии:

$$\int dx \rho \omega_0^2 u_1^+(x) u_1^-(x) + 2 d_1^2 \int dx dx' \int (d\omega/2\pi) \times \\ \times \{ u_1^+(x) G_{++}^{(\omega)}(x, x') G_{--}^{(\omega)}(x', x) u_1^-(x') + \frac{1}{2} u_1^+(x) G_{+-}^{(\omega)}(x, x') G_{+-}^{(\omega)}(x', x) \times \\ \times u_1^+(x') \}. \quad (8)$$

Фигурирующие в (7), (8) точные электронные функции Грина в отсутствие примесей составляют матрицу, имеющую в компонентах Фурье вид:

$$\begin{pmatrix} G_{++}^{(\omega)} & G_{+-}^{(\omega)} \\ G_{-+}^{(\omega)} & G_{--}^{(\omega)} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} i\omega + \xi & |\Delta| \exp i\phi \\ |\Delta| \exp -i\phi & i\omega - \xi \end{pmatrix} \frac{1}{\omega^2 + \xi^2 + \Delta^2} \quad (9)$$

(здесь $\xi = v(k \pm k_F)$; факторы $\exp(\pm 2ik_F x)$ в (7), (8) могут быть опущены). Считая примеси борновскими, в (7) и (8) достаточно ограничиться линейными по потенциалу V (6) добавками. В (7) эти добавки дают поправки к (3): $u^\pm(x) = u_0^\pm(x) + u_V^\pm(x)$, где u_V^\pm пропорционально V . Структура уравнения для u_V^\pm достаточно очевидна:

$$\rho \omega_0^2 u_V^+(x) + 2d_1 \int dx' \int (d\omega/2\pi) \{ G_{++}^{(\omega)}(x - x') G_{--}^{(\omega)}(x - x') (d_1 u_V^+(x') + \\ + V^+(x')) + G_{+-}^{(\omega)}(x - x') G_{+-}^{(\omega)}(x' - x) (d_1 u_V^-(x') + V^-(x')) \} = 0. \quad (10)$$

В однородной по u_V^\pm части, в силу условия (4), происходят значительные компенсации. Используя (8), легко получить, что интегральные ядра в уравнении (10) экспоненциально спадают на расстояниях от примесей больших ξ_0 , т. е. эквивалентны эффективным δ -функциям. При этом более детальный анализ показывает, что ядро с произведением $G_{++}^{(\omega)} G_{--}^{(\omega)}$ на малых расстояниях $|x - x'| \ll \xi_0$ ведет себя как $|x - x'|^{-1}$ (этим поведением обусловлено появление логарифмического члена в (4)), а потому этот член является главным, т. е. амплитуда эффективного потенциала для него на фактор $\ln 2E_F/\Delta \approx 1/g_{ph}^2$ больше, чем та же амплитуда, обязанная члену $G_{+-}^{(\omega)} G_{+-}^{(\omega)}$. Нетрудно также проверить, что и производимое примесями возмущение $|u_V^\pm(x)|$ сосредоточено в окрестности ξ_0 вблизи примеси:

$$d_1 |u_V^\pm(x)| = (V/g_{ph}^2) \cos(\phi + 2k_F a - \psi) \delta(x - a). \quad (11)$$

В то же время для фазовой поправки имеем:

$$\phi_V'(x) = (4V\Delta/g_{ph}^2 v^2) \sin(\phi + 2k_F a - \psi) \delta(x - a). \quad (12)$$

При переходе через примесь слева направо фаза приобретает добавку

$$\phi_V(x) = (4V\Delta/g_{ph}^2 v^2) \sin(\phi_a + 2k_F a - \psi)(x - a), \quad (12')$$

т. е. изменяется период сверхструктуры (3).

Перейдем к вычислению с той же точностью гармонических членов (8) в энергии. Линейные по V члены все схематически имеют вид

$$\begin{array}{c} \text{---} V^{\pm} d_1 u_V^{\pm} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \\ \pm \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \pm \end{array} ,$$

где различным комбинациям (\pm) соответствует свой набор электронных функций Грина (9). Благодаря фактору $1/g_{ph}^2$ в (11), (12) во всех этих диаграммах можно опустить V^{\pm} по сравнению с $d_1 u_V^{\pm}$. Роль (11) и (12') в этих диаграммах различна. Строго говоря, ϕ_V в (12') мало на расстояниях $x - a \gg \xi_0$, только, если мал параметр

$$\lambda = 2V/g_{ph}^2 v. \quad (13)$$

Выше отмечалось, что смысл (12) состоит в изменении периода сверхструктуры. В свободном члене $G_{+-}^{(\omega)} G_{+-}^{(\omega)}$ в (8), согласно (9), фигурирует фактор $\exp 2i\phi$. Легко проверить, что вклад от членов с ϕ_V как раз означает изменение этого фактора за счет изменения периода структуры.

После вычислений, вместо уравнения (5), получаем следующее уравнение для колебаний случайной по распределению примесей фазы:

$$\omega^2 \phi_1(x) = -u^2 \phi_1''(x) + (\omega_0^2 V/\Delta) \cos(\phi_a + 2k_F a - \psi) \delta(x - a) \phi_1(x). \quad (14)$$

Отметим, что $\cos(\phi_a + 2k_F a - \psi) > 0$. В противном случае специфика одномерной задачи приводила бы к решениям с $\omega^2 < 0$ вблизи данной примеси.

Из (1) и (12) следует основной вывод: при малых концентрациях фазы на всех примесях "закреплены": $\phi_a + 2k_F a - \psi = 2n\pi$. Иначе в плотности энергии (1) появился бы член, независимый от концентрации $\sim \lambda^2 \Delta^2/v$. При высоких температурах, видимо, происходит полный "сбой" фазы. Сравнивая $\lambda^2 \Delta^2/v$ с вкладом тепловых колебаний $\Sigma \omega n(\omega) \sim T/a$, получаем для соответствующей температуры, T^* , оценку:

$$T^* \sim \lambda^2 \Delta^2 / E_F. \quad (15)$$

"Сбой" фазы на отдельной примеси происходит и при конечной концентрации. Действительно, из-за несоизмеримости $2k_F$ с периодом решетки фазы на различных примесях всегда различны, что неизбежно ведет к появлению $\nabla \phi \sim (\bar{r})^{-1}$. Однако, в свете предыдущего, это означает видимо, что основное состояние системы при конечной концентрации отвечает фиксации фазы на сложных "комплексах" примесных центров.

Вернемся к уравнению (14), которое имеет вид уравнения Шредингера с отталкивательным потенциалом. Коэффициент прохождения через

барьер при малых ω^2 стремится к нулю [8]: $D \approx 4\omega^2/\lambda^2\omega_0^2g_{ph}^2$. В этом приближении уравнение (15) сводится к задаче о движении между непроницаемыми барьерами, причем плотность вероятности заданного расстояния, l , между соседними барьерами есть $(\bar{r})^{-1} \exp(-l/\bar{r})$. Поскольку при этом $\omega_{\Pi} = nu\pi/l$, то при $\omega \rightarrow 0$ плотность состояний

$$\rho(\omega) d\omega = \frac{u\pi}{\bar{r}\omega^2} \exp\left(-\frac{u\pi}{\bar{r}\omega}\right) d\omega.$$

В том же пределе легко получить электромагнитные свойства системы. Обобщая результаты [4], можно написать:

$$\bar{j}(x) = -\frac{4\pi u^2}{v} \frac{\omega^2 e^2}{\pi} \int D_{\omega}^R(x, x') A(\omega, x') dx',$$

где $D_{\omega}^R(x, x')$ есть усредненная запаздывающая функция Грина уравнения (14):

$$D_{\omega}^R(x, x') = \sum_n \psi_n(x) \psi_n(x') [\omega^2 - \omega_n^2 + i\delta\omega]^{-1},$$

построенная на его собственных функциях $\psi_n(x) = \sqrt{2/l} \sin(\pi nx/l)$. Для диэлектрической постоянной, ϵ , и проводимости, $\sigma(\omega)$, получаем:

$$\epsilon = \frac{8\pi}{3v} c e^2 \bar{r}^2; \quad \sigma(\omega) = \frac{16u^3 c e^2}{v \bar{r} \omega^2} \exp\left(-\frac{u\pi}{\bar{r}\omega}\right).$$

Итак, показано, что проводимость при $T = 0$ обращается в нуль. Возникает ли конечная проводимость фреilihовской моды при $T \neq 0$ в присутствии дефектов, пока остается неясным. При любой малой концентрации дефектов температурная зависимость $\sigma(T)$ имеет при $T \rightarrow 0$ полупроводниковый характер. Любопытно, что в оценку (15) температуры, при которой происходит "полный отрыв" структуры, не входит концентрация.

Автор выражает свою благодарность А.И.Ларкину за плодотворные обсуждения.

Институт теоретической физики
им. Л.Д.Ландау
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
17 марта 1977 г.

Литература

- [1] R.E.Peierls. Quantum theory of Solids, Oxford, 1955; H.Fröhlich. Proc. Roy. Soc., A223, 296, 1954.
- [2] D.Allender, J.W.Bray, J.Bardeen. Phys. Rev., B9, 119, 1974.
- [3] P.A.Lee, T.M.Rice, P.W.Anderson. Phys. Rev. Lett., 31, 462, 1973; Solid State Comm., 14, 703, 1974.
- [4] С.А.Бразовский, И.Е.Дзялошинский. ЖЭТФ, 71, 2338, 1976.
- [5] N.F.Mott. Adv. Phys., 16, 49, 1967.

[6] В.Л.Березинский. ЖЭТФ, 65, 1251, 1973.

[7] А.А.Гоголин. В.И.Мельников, Э.И.Рашба. ЖЭТФ, 69, 327, 1975.

[8] Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Квантовая механика, { 25, Физматгиз, 1963.
