Письма в ЖЭТФ, том 25, вып. 9, стр. 407 – 411 *5 мая 1977 г.*

МОДЕЛЬ ПЕРЕСОЕДИНЕНИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ В ПЛОСКОМ СЛОЕ БЕССТОЛКНОВИТЕЛЬНОЙ ПЛАЗМЫ

А.А.Галеев, Л.М.Зеленый

В работе рассматривается неустойчивость плоского слоя плазмы помещенного в магнитное поле с поворачивающимися силовыми линиями. Неустойчивость заключается в возбуждении кинетической разрывной ("тиринг") моды колебаний. Перекрытие мод колебаний, развивающихся вблизи различных резонансных поверхностей, обусловливает стохастическую диффузию и пересоединение силовых линий магнитного поля. Предложенный механизм может обеспечить пересоединение межпланетного и геомагнитного полей на границе магнитосферы Земли.

Одним из существенных недостатков широко распространенных теорий пересоединения магнитного поля в бесстолкновительной плазме, основанных на диссипации поля вследствие развития токовых неустойчивостей в окрестности нейтральной линии, является очень малая толщина зоны обращения магнитного поля, требуемая для возбуждения плазменных колебаний током (см., например, [1 – 3]). Это, в частности, противоречит современным экспериментальным данным о характере пересоединения на дневной стороне магнитосферы Земли [4].

Ниже предлагается модель пересоединения в плоском слое плазмы с магнитным полем

$$\mathbf{B} = B_{oz}\,\mathrm{th}\,(x/\Delta)\mathbf{e}_z + B_{oy}\mathbf{e}_y\,; \quad b_y = B_{oy}/B_{oz} \tag{1}$$

и функцией распределения частиц, зависящей только от двух интегралов движения: энергии $^1/_2\,mv^2$ и y – компоненты обобщенного импульса $p_y = mv_y + (e/c)A_{oy}$

$$f_{oj}(x, \mathrm{v}) = n_o(m_j/2\pi T_j)^{3/2}\exp\left[-\frac{m_j v^2}{2T_j} + \frac{u_j}{T_j}\left(m_j v_y + \frac{e_j}{c}A_{oy}\right) - \frac{m_j u_j^2}{2T_j}\right], \tag{2}$$

где $n_0 = \mathrm{const}$, а дрейфовая скорость u_j является постоянной в слое $u_j = \dfrac{-2c\,T_j}{e_j B_{0z}}$ [5]. Локальная плотность частиц при этом оказывается неоднородной

$$n(x) = n_0 \,\mathrm{ch}^{-2}(x/\Delta).$$

Задача об устойчивости такого плоского слоя плазмы относительно косых возмущений с векторным потенциалом

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{A}(x)\exp[-i\omega t + i k_y y + i k_z z] \tag{4}$$

сводится к нахождению собственных значений уравнения типа уравнения Шредингера [6, 7]

$$\mathbf{A}''_{xx} - [k^2 + V_0(x) + \hat{V}_1(x, \omega, \mathbf{k})]\mathbf{A} = 0, \tag{5}$$

где $V_0(x) = -2\Delta^{-2}\cos^2\theta\,\mathrm{ch}^{-2}(x/\Delta)$; θ – угол между волновым вектором и осью z, $k^2 = k_y^2 + k_z^2$

$$\hat{V}_1(x, \omega, \mathbf{k})\,\mathbf{A} = \sum_j \frac{4\pi e_j^2}{c^2}\int d^3v\, f_{0j}\, \mathbf{v}[-i(\omega - k_y u_j)\int_{-\infty}^{0} d\tau\,(\mathbf{A}\mathbf{v})e^{-i\omega\tau + i\mathbf{k}\mathbf{r}(\tau)}].$$

Всюду ниже мы будем рассматривать случай достаточно больших

$$b_y > \epsilon_e^{1/2}, \qquad \epsilon_j = \rho_{jz}/\Delta << 1, \tag{6}$$

где $\rho_{jz} = \sqrt{2}\,c\,T_j^{1/2} m_j^{1/2} / |e_j| B_{0z}$ – ларморовский радиус тепловых частиц в магнитном поле B_{0z}. В этом случае всюду применимо дрейфовое приближение и выражение для $V_1(x)$ принимает вид

$$V_{1j}(x, \omega, \mathbf{k}) \approx 2\frac{\omega_{pj}^2}{c^2}\left(-\frac{\omega' - \omega_j^*}{k_\parallel v_{Tj}}\right) Z_2\left(\frac{\omega'}{k_\parallel v_{Tj}}\right), \tag{7}$$

где:

$$\omega' = \omega - k_\parallel u_j \,{}^{B_{0y}}\!/_{B}; \qquad k_\parallel(x) = (\mathbf{k}\mathbf{B})/B$$

$$\omega_j^* = \frac{-\mathbf{k}c\,T_j\,[\nabla n \times \mathbf{B}]}{e_j n B^2}; \qquad Z_2(\xi) = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{Z^2 e^{-z^2}dz}{Z - \xi - i\epsilon\,\mathrm{sign}\,k_\parallel}, \ \epsilon \to 0. \tag{8}$$

Раскачка косых колебаний происходит благодаря их резонансному взаимодействию с частицами вблизи сингулярной поверхности $x = x_0$, определяемой уравнением: $k_\parallel(x_0) = 0$. Вклад окрестности сингулярной области в уравнении (5) описывается членом $V_1(x)$ и может рассматриваться как малое возмущение. Уравнение для смещения уровня энергии E =

$= -k_0^2 = -\nu^2\Delta^{-2}$, $\nu = {}^1/_2[(1 + 8\cos^2\theta)^{1/2} - 1]$ под действием возмущения $V_1(x)$ имеет вид [7]

$$B({}^1/_2, \nu)(\nu^2 - k^2\Delta^2) = \Delta \sum_j \int_{-\infty}^{+\infty} V_{1j}(x)\mathrm{ch}^{-2\nu}(x/\Delta)\, dx, \tag{9}$$

где $B({}^1/_2, \nu)$ – β-функция.

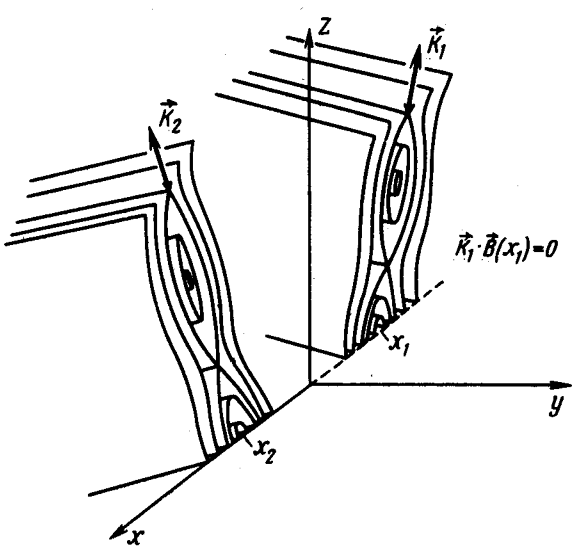
Это позволяет найти инкремент неустойчивости:

$$\omega = \omega_e^*(x_0) + i\,\frac{\epsilon_e^2\eta_e}{\sqrt{\pi}}\;\frac{kv_{Te}}{b_y}(\nu^2 - k^2\Delta^2)^{1/2}B({}^1/_2, \nu), \tag{10}$$

где $b_y = B_{0y}/B_{0z}$, $\eta_e = (T_e + T_i)/T_e$. В плазме высокого давления при $b_y < \sqrt{\epsilon_e}$, это выражение плавно переходит в хорошо известный результат Лаваля и др. [8], а в пределе очень малого давления при $b_y > \sqrt{\frac{M_i}{m_e}}\,\frac{1}{\epsilon_e}$ гладко сшивается с результатом Коппи [9].

В одномодовом режиме развитие неустойчивости приводит к образованию магнитных "островков" вблизи сингулярной поверхности $x = x_0$ (см. рисунок). С ростом амплитуды возмущения B_{1x} растет толщина магнитных островков w:

$$w = \Delta\left(\frac{2B_{1x}}{k\Delta B_{0z}}\right)^{1/2}. \tag{11}$$



Вид магнитных поверхностей в случае возбуждения в плазме двух неперекрывающихся мод с волновыми векторами K_1 и K_2

При вычислении вклада в величину $V_1(x)$ от частиц, движущихся по замкнутым магнитным поверхностям, т. е. внутри островков, следует учесть что вдоль траектории частицы величина $k_\parallel$ быстро осциллирует. Поэтому для таких частиц можно положить, что $|\omega| >> k_\parallel v_\parallel$. Частицы, движущиеся по незамкнутым магнитным поверхностям попрежнему дают вклад в резонансное взаимодействие с возмущениями. Если толщина островка много больше размеров области взаимодействия с волной, т.е.

$$w > |\omega| b_y \Delta \Big/ (k v_{Tj}) \lesssim \epsilon_j \Delta , \tag{12}$$

то резонансное взаимодействие частиц с возмущением быстро уменьшается. В результате дисперсионное уравнение (9) принимает вид (для $\rho_{iz} > w > \rho_{ez}$).

$$\frac{1}{2} B\left(\frac{1}{2}, \nu\right) (\nu^2 - k^2\Delta^2) \approx \left(\frac{\omega_{pe}}{c} \Delta\right)^2 (\omega' - \omega_e^*) \left[\frac{w}{\omega' \Delta} - i\pi^{1/2} \frac{b_y}{k v_{Te}} \frac{\rho_{ez}^2}{u^2}\right] -$$

$$- i\pi^{1/2} \left(\frac{\omega_{pi}}{c} \Delta\right)^2 \frac{\omega' - \omega_i^*}{k v_{Ti}} b_y . \tag{13}$$

Отсюда следует, что в нелинейном режиме при $w > \rho_{ez}$ инкремент неустойчивости в диффузном плоском слое, где $\epsilon_i < 1$, несколько больше, чем в линейном режиме и медленно падает с ростом w.

При дальнейшем росте амплитуды рассматриваемой моды колебаний, когда $w > \rho_{iz}$, инкремент неустойчивости начинает падать очень быстро ($\sim w^{-4}$), хотя и не обращается в ноль. Таким образом, как и гидродинамической теории тиринг неустойчивости [10], развитие магнитных островков при возбуждении одной моды колебаний может быть остановлено лишь за счет эффектов квазилинейной перестройки равновесия плазмы.

В отличие от плазмы в тороидальных системах типа "токамак" в плоском бесконечном слое плазмы волновые числа возмущений не квантуются и поэтому резонансные поверхности могут занимать любое положение по оси X. В результате всегда имеется возможность перекрытия островков и, как следствие, возникновения "диффузии" магнитных силовых линий. Следуя работе [11] можно представить коэффициент диффузии магнитного поля B, совпадающий в рассматриваемом здесь случае $\beta_z = 8\pi n_o (T_i + T_e)/B_{oz}^2 = 1$ с коэффициентом диффузии плазмы, в виде

$$D \sim v_{Ti}^2 \frac{B_{1x}^2}{B^2} \frac{1}{|k_{\parallel}(w)| v_{Ti}} . \tag{14}$$

Учитывая, что ширина "островка" просто выражается через амплитуду возмущения с помощью уравнения (11) и что резонансное взаимодействие ионов с возмущениями падает обратно пропорционально кубу размеров островка при $w > \rho_{iz}$, мы переписываем выражение для D в окончательном виде

$$D \sim v_A \Delta \epsilon_i^3 \left[\frac{\eta_e - 1}{\eta_e}\right]^{1/2} , \tag{15}$$

где $v_A \sim B_{oy} / \sqrt{4\pi n_o M_i}$ – альфвеновская скорость.

Подстановка этого выражения в известные формулы для скорости втекания магнитных силовых линий в слой плазмы длиной L_z (т. е. для максимальной скорости "пересоединения") в модели Паркера – Свита [12] приводит к окончательному результату

$$U_x \lesssim v_A (\rho_{iz}/L_z)^{3/4} . \tag{16}$$

При этом толщина области, где магнитное поле испытывает стохастические блуждания оказывается гораздо бо́льшей, чем ларморовский радиус ионов: $\Delta \sim L_z^{1/4} \rho_{iz}^{3/4}$.

В заключение авторы выражают признательность академику Р.З.Сагдееву за внимание к работе и ряд важных замечаний.

Институт космических исследований
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
11 марта 1977 г.

Литература

[1] S.I.Syrovatsky. In "Critical Problems of Magnetospheric Physics". (ed. by E.R.Dyer) National Academy of Sciences, Washington, 1972, p.35.

[2] G.Haerendel. Microscopic plasma processes related to reconnection. Preprint MPI–PAE/Extraterr, 129, Dezember, 1976.

[3] С.Б.Пикельнер, В.Н.Цытович. Астр. журнал, 52, 738, 1975.

[4] B.Bavasano, M.Dobrowolny, F.Mariani. J.Geophys. Res., 81, 1, 1976.

[5] E.G.Harris. Nuovo Cim., 23, 115, 1962.

[6] А.А.Галеев, Л.М.Зеленый. ЖЭТФ, 70, 2133, 1976.

[7] А.А.Галеев, Л.М.Зеленый. ЖЭТФ, 69, 882, 1975.

[8] B.Coppi, G.Laval, R.Pellat. Phys. Rev. Lett., 16, 1207, 1966.

[9] B.Coppi. Phys. Fluids, 8, 2273, 1965; Phys. Lett., 11, 226, 1964.

[10] R.B.White, D.Monticello, M.N.Rosenbluth, B.V.Waddell. Saturation of tearing mode. Preprint MATT-1267, Princeton Univ. Princeton, N.J., July, 1976.

[11] M.N.Rosenbluth, R.Z.Sagdeev, J.B.Taylor, G.M.Zaslavsky. Nuclear Fusion, 6, 297, 1966.

[12] V.M.Vasiliunas. Rev. of Geophys and Space Phys., 13, 303, 1975.