Письма в ЖЭТФ, том 25, вып. 11, стр. 516 – 520 *5 июня 1977 г.*

НЕЛИНЕЙНАЯ ЛОКАЛИЗОВАННАЯ ВОЛНА НАМАГНИЧЕННОСТИ ФЕРРОМАГНЕТИКА КАК СВЯЗАННОЕ СОСТОЯНИЕ БОЛЬШОГО ЧИСЛА МАГНОНОВ

А.М.Косевич, Б.А.Иванов, А.С.Ковалев

Найден новый тип локализованных двухпараметрических решений одномерных динамических уравнений для намагниченности в ферромагнетике. Вычислена энергия нелинейной волны E как функция ее импульса P и числа связанных магнонов в волне. Обнаружена формально периодическая зависимость E от P, имеющая смысл закона дисперсии для магнитного солитона.

При квантовом анализе спиновых колебаний в одномерной ферромагнитной цепочке Бете [1] обнаружил и описал так называемые спиновые комплексы. В последнее время при макроскопическом рассмотрении динамики одномерного ферромагнетика были получены различные локализованные решения нелинейных уравнений для намагниченности [2 – 4], которые можно трактовать как связанные состояния большого числа спиновых волн. Представляется интересным установить связь классических локализованных состояний со спиновыми комплексами. Но решения, полученные в [2 – 5], не позволяют произвести прямое сравнение с результатами квантового расчета.

Мы получили двухпараметрическое локализованное решение нелинейных уравнений для намагниченности ферромагнетика, допускающее после квазиклассического квантования сравнение с результатами Бете [1]. В настоящей работе описано это решение и обсуждена принципиальная возможность экспериментального наблюдения локализованных волн в ферромагнетике.

Рассмотрим ферромагнетик с анизотропией типа "легкая ось" и будем описывать его состояние с помощью вектора намагниченности M. Воспользовавшись естественным для ферромагнетика условием $M^2 = M_0^2$, запишем компоненты M в виде

$$M_x = M_0 \sin\theta\cos\phi\,,\qquad M_y = M_0 \sin\theta\sin\phi\,,\qquad M_z = M_0\cos\theta\,,$$

где $M_0 = 2\mu_0 s/a^3$ (μ_0 – магнетон Бора, s – спин атома, a^3 – объем элементарной ячейки).

Динамические уравнения для вектора M (уравнения Ландау – Лифшица без релаксации) в терминах угловых переменных θ и ϕ могут рассматриваться как уравнения Эйлера, отвечающие следующей плотности функции Лагранжа [6]

$$L = \frac{\hbar M_0}{2\mu_0}(1-\cos\theta)\frac{\partial\phi}{\partial t} - W\{\theta,\phi\},$$

где W – плотность магнитной энергии:

$$W = \frac{\alpha}{2}M_0^2\{(\nabla\theta)^2 + \sin^2\theta(\nabla\phi)^2\} + \frac{1}{2}\beta M_0^2\sin^2\theta\,.$$

Здесь α – обменная постоянная, β – константа анизотропии ($\beta > 0$), и ось z выбрана вдоль "легкой оси".

Изучается локализованная плоская волна намагниченности, в которой поля θ и ϕ зависят от одной пространственной координаты ξ и времени t (одномерное решение):

$$\theta = \theta(\xi - Vt),\qquad \phi = \psi(\xi - Vt) + \omega t,$$

где V – скорость перемещения локализованной волны, а ω – частота прецессии в системе отсчета, движущейся со скоростью V. Требуется, чтобы функция $\theta(\xi)$ исчезала, а производная $d\psi/d\xi$ была ограниченной на бесконечности.

Прежде, чем приводить найденное решение, заметим, что оно характеризуется двумя параметрами: ω и V. Однако удобнее пользоваться другими параметрами, а именно, интегралами движения N и P:

$$N = \frac{M_0 a^2}{2\mu_0}\int_{-\infty}^{\infty}(1-\cos\theta)\,d\xi, \qquad P = -a^2\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\partial\phi}{\partial\xi}\,\frac{\partial L}{\partial(\partial\phi/\partial t)}\,d\xi,$$

где N – число спиновых отклонений (магнонов), а P – импульс поля намагниченности.

Наиболее простой вид функций $\theta(\xi)$ и $\psi(\xi)$ определяется соотношениями

$$\operatorname{tg}^2\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{\operatorname{sh}^2\left(\frac{N}{N_1}\right) + \sin^2\left(\frac{\pi P}{2P_0}\right)}{\operatorname{ch}^2(\kappa\xi) - \sin^2\left(\frac{\pi P}{2P_0}\right)}, \qquad \frac{d\psi}{d\xi} = -\frac{\beta V}{2a\omega_0}\,\frac{1}{\cos^2(\theta/2)}. \tag{1}$$

Здесь $N_1 = \dfrac{2a^2 M_0}{\mu_0}\sqrt{a/\beta} = \dfrac{4s}{a}\sqrt{a/\beta}$, $P_0 = \dfrac{\pi\hbar a^2 M_0}{\mu_0} = \dfrac{2\pi s\hbar}{a}$,

$$\hbar\omega_0 = 2\beta\mu_0 M_0.$$

Из (1) следует, что решение для θ локализовано в области $\Delta\xi = 1/\kappa$, и

$$\kappa(P,N) = \sqrt{\frac{\beta}{a}}\,\operatorname{th}\left(\frac{N}{N_1}\right)\left\{1 + \frac{\sin^2\left(\frac{\pi P}{2P_0}\right)}{\operatorname{sh}^2\left(\frac{N}{N_1}\right)}\right\}. \tag{2}$$

Если выразить κ через V и ω и потребовать очевидной положительности κ^2, то появится условие существования локализованных решений (1):

$$\frac{a}{\beta}\kappa^2(V,\omega) = 1 - \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\beta}{a}\left(\frac{V}{2\omega_0}\right)^2 > 0\,. \tag{3}$$

При $\omega = 0$ решение (1) описывает уединенную спиновую волну [2, 4], которая может перемещаться лишь со скоростью $V < 2\omega_0\sqrt{a/\beta}$. При $V = 0$ и $\omega > 0$ решение (1) соответствует неподвижному самолокализованному состоянию намагниченности [5]. Наконец, при $\kappa^2 << \beta/a$ мы получим

$$\theta = \theta_0\operatorname{sech}[\kappa(\xi - Vt)], \tag{4}$$

где

$$\theta_0 = \kappa\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}\left\{1 + \frac{\beta}{\alpha}\left(\frac{V}{2\omega_0}\right)^2\right\}^{-1/2} . \tag{5}$$

Решение (4) совпадает с основным приближением асимптотического разложения в [3] и описывает магнитный солитон, скорость которого фактически определяется условием $\kappa(V, \omega) = 0$.

Энергия поля намагниченности, даваемая решением (1) равна

$$E(P, N) \equiv a^2 \int_{-\infty}^{\infty} W d\,\xi = 4a^2 M_0 \kappa(P, N), \tag{6}$$

где $\kappa(P, N)$ определяется формулой (2).

Оказывается, что

$$V = \partial E/\partial P, \qquad \hbar\omega = \partial E/\partial N .$$

Легко убедиться, что энергия локализованной волны, приходящаяся на один магнон , удовлетворяет условию

$$\epsilon(P, N) = E(P, N)/N < \hbar\omega(k), \qquad P = Nk, \tag{7}$$

где $\omega(k) = \omega_0 [1 + (\alpha/\beta) k^2]$ дает длинноволновый закон дисперсии магнонов. Из (7) следует, что локализованная волна намагниченности (1) соответствует связанному состоянию N магнонов.

При $\beta = 0$ и $s = 1/2$ из (5) легко получить выражение

$$E(P, N) = (2 I/N)\sin^2(aP/2\hbar), \tag{8}$$

где I имеет смысл обменного интеграла, выражающегося через макроскопические параметры соотношением $Ia^2 = 4a\mu_0 M_0$. Энергия (8) в точности совпадает с результатом Бете [1].

Любопытной особенностью формул (6) и (8) является наличие периодической зависимости E от P с периодом, равным $2P_0$. Импульс волны превращается в квазиимпульс. Таким образом, оказывается, что одномерный ферромагнетик как бы обладает некоторой структурой, проявляющейся при распространении в магнетике спинового комплекса. Эта структура характеризуется линейным размером $\Delta X = \mu_0/M_1 (M_1 = a^2 M_0$ — номинальный магнитный момент единицы длины магнетика), который определяет максимальную плотность числа перевернутых спинов вдоль одномерного магнетика.

Следует иметь в виду, что отмеченная периодичность является в определенном смысле формальной, поскольку длинноволновое приближение в описании ферромагнетика оказывается справедливым лишь при $|P| < P_0$. Однако при $N >> N_1$ наши формулы остаются справедливыми вплоть до малых окрестностей точек $P = \pm P_0$.

Схема наблюдения уединенных волн намагниченности, вероятно, может быть подобной той, которая применялась при изучении нелинейных тепловых импульсов [7]. Возможность ее реализации в магнитных измерениях, по-видимому, подтверждается опытами [8] по наблюдению отдельных движущихся спиновых возбуждений. Если амплитуда нелинейной волны не очень велика, то она имеет форму солитона (4), характеристики которого связаны соотношением (5). Наличие внутренней прецессии может детектироваться путем использования соотношения $\kappa(V,\omega) = 0$, из которого следует, что связь ω и V практически такая же, как связь частоты и групповой скорости одномагнонного возбуждения.

Мы благодарны И.М.Лифшицу за полезные обсуждения. Вывод и подробный анализ изложенных результатов будут опубликованы в журнале "Физика низких температур".

Физико-технический институт
низких температур
Академии наук Украинской ССР

Поступила в редакцию
16 апреля 1977 г.

Литература

[1] H. Bethe. Zs. f. Phys., 71, 205, 1931.

[2] И.А.Ахиезер, А.Е.Боровик. ЖЭТФ, 52, 508, 1967.

[3] Е.Б.Волжан, Н.П.Гиоргадзе, А.Д.Патарая. ФТТ, 18, 2546, 1976.

[4] В.М.Елеонский, И.Н.Кирова, И.Е.Кулагин. ЖЭТФ, 71, 2349, 1976.

[5] Б.А.Иванов, А.М.Косевич. ЖЭТФ, 72, 2004, 1977.

[6] К.Б.Власов, Л.Г.Оноприенко. ФММ, 15, 45, 1963; В.М.Цукерник. ЖЭТФ, 50, 1631, 1968; ФТТ, 10, 1006, 1968.

[7] V. Narayanamurti, C. M. Varma. Phys. Rev. Lett., 25, 1105, 1970. (перевод в сб. Физика фононов больших энергий. М., 1976, стр. 164).

[8] Б.Я.Котюжанский, Л.А.Прозорова. Письма в ЖЭТФ, 19, 4, 1974.