Письма в ЖЭТФ, том 27, вып. 10, стр. 554 – 557 *20 мая 1978 г.*

О СТАБИЛИЗАЦИИ РАЗРЫВНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ В СТАЦИОНАРНОМ ТЕЧЕНИИ ПЛАЗМЫ

С.В.Буланов, П.В.Сасоров

Показано, что растекание плазмы вдоль токового слоя (ТС) может оказаться сильным стабилизирующим фактором, если инкремент разрывной неустойчивости (РН), вычисленный для статического случая мал по сравнению с относительной скоростью расширения ТС.

Представление о пересоединении магнитных силовых линий и концепция ТС играют важную роль в физике космической и лабораторной плазмы [1 – 5]. Исследование РН [6, 7], изменяющей топологию магнитного поля, представляет в этой связи исключительный интерес.

Хотя линейная теория предсказывает существование РН в широких пределах, как в бесстолкновительной плазме [6], так и в МГД приближении [7], из лабораторных экспериментов [8, 9] следует вывод о пороговом характере ее развития. Широкий ТС существует значительное время по сравнению с обратным инкрементом РН, и только затем происходит образование разрыва. Привлечение разного рода механизмов стабилизации РН необходимо также для приложений к ТС в земной магнитосфере и в моделях солнечных вспышек, где с шириной ТС растет свободная энергия магнитного поля.

В [10, 11] рассмотрена стабилизация РН на нелинейной стадии плазмой вне слоя. Нелинейное искажение траекторий частиц исследовалось в [12]. В линейном приближении РН модифицируется при учете нормального к ТС магнитного поля [13] или втекания плазмы в слой [14]. Изучение таких моделей представляет собой попытку исследования реальных течений плазмы, характеризуемых достаточно сложными в общем случае нестационарными зависимостями скорости и магнитного поля.

Ниже мы оценим растекания плазмы вдоль ТС. Предположим, что ТС лежит в плоскости x, z; ток направлен вдоль оси z; магнитное поле $\mathbf{H} = H_0 \operatorname{sign}(y)\mathbf{e}_x$. Пусть имеется поток плазмы, втекающий в ТС вдоль оси y и растекающийся вдоль оси x. Такая картина соответствует, по-видимому, стационарной конвекции в хвосте магнитосферы [4] и также предвспышечному состоянию ТС в модели солнечных вспышек [2, 3, 10]. Примем зависимость скорости v_x в виде[1].

$$v_x = xh. \tag{1}$$

h – относительная скорость расширения слоя, вообще говоря, зависящая от времени ($h > 0$).

Для простоты рассчитаем РН для расширяющегося ТС с толщиной L малой по сравнению с r_{Ha} ($a = e, i$) – ларморовскими радиусами частиц. Если $kL \ll m_e/m_i$; $r_{He}/L \gg (m_i/m_e)^{1/2}$, то справедливо

[1] В [15] приведены результаты численного моделирования формирования ТС, из которых следует, что закон растекания плазмы вдоль слоя близок к (1).

гидродинамическое описание . Здесь k — волновое число возмущений[1]. Линеаризуя уравнения двухжидкостной гидродинамики около начального состояния: $v_x = xh + v_{1x}$, $n = n_o + n_1$, $A_z = A_o + A_1$, получим

$$v_{1x} + hxv'_{1x} + hv_{1x} = -\frac{e}{m_i c} u_o A'_1, \qquad (2)$$

$$n_1 + hxn'_1 + n_o v'_{1x} + hn_1 = 0. \qquad (3)$$

Точка означает дифференцирование по времени, штрих — по координате; n — плотность; u_o — дрейфовая скорость; A_1 — возмущение вектор-потенциала, подчиняющееся уравнению

$$\frac{\partial^2 A_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_1}{\partial y^2} = \frac{4\pi e L}{c} \delta(y)\left(\frac{en_o}{m_e c} A_1 + n_1 u_o\right). \qquad (4)$$

Следуя теории гравитационной неустойчивости в расширяющейся Вселенной [16], представим пространственную зависимость возмущенных величин в виде

$$f_1(x, t) = \bar{f}(t)\exp(iqx/a(t))f_1 = (v_{1x}, n_1, A_1).$$

q — безразмерное волновое число; $a(t)$ — некоторая функция времени имеющая размерность длины. Решив уравнение (4) относительно A_1, получим:

$$\dot{\bar{v}} + h\bar{v} + i\frac{qx}{a}\left(h - \frac{\dot{a}}{a}\right)\bar{v} = iq\frac{m_e}{m_i}\frac{u_o^2}{q\lambda_e + a}\bar{n}, \qquad (5)$$

$$\dot{\bar{n}} + h\bar{n} + i\frac{qx}{a}\left(h - \frac{\dot{a}}{a}\right)\bar{n} = -i\frac{q}{a}\bar{v}. \qquad (6)$$

$\lambda_e = m_e c^2/2\pi n_o e^2 L$. Выберем $a(t) = b\exp(\int h(t)dt)$. В предположении $q\lambda_e < a(t = 0) = b$ найдем решение (5), (6). А именно

$$\begin{pmatrix} v_{1x} \\ n_1 \end{pmatrix} = C_1\begin{pmatrix} 1/a(t) \\ iq/\gamma_o a(t) \end{pmatrix} \exp\left(\gamma_o b \int \frac{dt}{a(t)} + i\frac{qx}{a(t)}\right) +$$

$$+ C_2\begin{pmatrix} 1/a(t) \\ -iq/\gamma_o a(t) \end{pmatrix} \exp\left(-\gamma_o b \int \frac{dt}{a(t)} + i\frac{qx}{a(t)}\right). \qquad (7)$$

---

[2] Мы не рассматриваем в этой статье связи РН с потоковыми неустойчивостями.

$\gamma_0 = qu_0(m_e/m_i)^{1/2}/b$ — инкремент РН в статическом случае. Видно, что при $t \to \infty$ решение асимптотически устойчиво. Если $\gamma_0 < h$, то возмущения монотонно убывают со временем. При $\gamma_0 > h$ амплитуда возмущений сначала увеличивается и только затем убывает. Максимальное увеличение порядка отношения $(\gamma_0/h)^{\gamma_0/h}$, т. е. при $\gamma_0 >> h$ стабилизация неэффективна. Условие подавления РН

$$\gamma_0 < h \tag{8}$$

можно получить в общем случае на основе простых оценок, сравнив кинетическую энергию расширения ТС и энергию, выделяющуюся при развитии РН, стремящейся собрать плазму в отдельные сгустки.

Согласно [17, 18] скорость вытекания плазмы из слоя порядка альфвеновской $v_A = H_0/(4\pi n_0 m_i)^{1/2}$, которая порядка v_{Ti}. Отсюда можно найти величину "постоянной Хаббла" $h \approx v_A/b$. Из (8) следует, что РН может быть подавлена, если инкремент γ_0 относительно невелик, что имеет место в случае плазмы высокой проводимости в МГД приближении, когда магнитное число Рейнольдса $R_m = 4\pi\sigma L v_A/c^2 >> 1$. При этом $\gamma_0 \approx (v_A/L)R_m^{-3/5}(kL)^{-2/5}$ [6]. Условие стабилизации

$$kL > (b/L)^{5/2} R_m^{-3/2}. \tag{9}$$

Так как $kL < 1$ — (см. [6]), то ТС устойчив, если $b < L R_m^{3/7}$. Для диффузного ТС бесстолкновительной плазмы ($L >> r_{Ha}$) инкремент $\gamma_0 \sim kv_{Ti}(m_e/m_i)^{1/2}(r_{He}/L)^{3/2}$ [7]. Условие (8) эквивалентно

$$kL < \frac{L}{b}\left(\frac{m_e}{m_i}\right)^{1/2}\left(\frac{L}{r_{He}}\right)^{3/2}. \tag{10}$$

Если $b < L(m_e/m_i)^{1/2}(L/r_{He})^{3/2}$, то РН в слое нет. Неустойчивость может развиться при превышении некоторой критической ширины ТС, определяемой (9), (10).

В заключение авторы благодарят С.И.Сыроватского за внимание к работе и полезные обсуждения.

Физический институт
им. П.Н.Лебедева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
24 марта 1978 г.

Литература

[1] J.W.Dangey. Phys. Rev. Lett., 6, 47, 1961.

[2] P.A.Sweet. Ann. Rev. Astron and Astrophys., 7, 149, 1969.

[3] С.И.Сыроватский. Астрон. ж., 43, 340, 1966; ЖЭТФ, 60, 1727, 1971.

[4] С.Акасофу. Полярные и магнитосферные суббури, М., изд. Мир, 1971.

[5] Б.Б.Кадомцев. Физика плазмы, 1, 710, 1975.

[6] H.P. Furth, J.K.Killen, M.N.Rosenbluth. Phys. Fluids, 6, 459, 1963.

[7] B.Coppi, G.Laval, R.Pellat. Phys. Rev. Lett., 16, 1207, 1966.

[8] M.Alidieres, R.Aymar, P.Jourdan. F.Koechlin, A.Samain. Plasma. Phys., 10, 841, 1968.

[9] Н.П.Кирий, В.С.Марков, А.Г.Франк, А.З.Ходжаев. Физика плазмы, 3, 538, 1977.

[10] С.И.Сыроватский. Изв. АН СССР, серия, физическая, 39, 359, 1975.

[11] С.В.Буланов, П.В.Сасоров, С.И.Сыроватский. Письма в ЖЭТФ, 26, 729, 1977.

[12] А.А.Галеев, Л.М.Зеленый. ЖЭТФ, 69, 882, 1975.

[13] А.А.Галеев, Л.М.Зеленый. ЖЭТФ, 70, 2135, 1976.

[14] D.Dobrott. S.C.Prager, J.B.Taylor. Phys. Fluids, 20, 1850, 1977.

[15] Н.И.Герлах, С.И.Сыроватский. Труды ФИАН, 74, 73, 1974.

[16] Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Теория поля, М., изд. Наука, 1967.

[17] E.N.Parker. J.Geophys. Res., 62, 509, 1963.

[18] С.И.Сыроватский. Письма в Астрон. ж., 2, 35, 1976.