Письма в ЖЭТФ, том 27, вып. 10, стр. 557 – 561 *20 мая 1978 г.*

О ВОЗМОЖНОМ МЕХАНИЗМЕ САМОФОКУСИРОВКИ В ПЛАЗМЕ

В.В.Коробкин, С.Л.Мотылев

Распространение светового пучка в плазме сопровождается протеканием тока, обусловленного действием светового давления. Возникающее при этом магнитное поле будет влиять на показатель преломления плазмы, что может приводить к самофокусировке. В настоящей работе получены выражения для пороговой мощности самофокусировки и величины фокусного расстояния.

Распространение светового пучка в плазме может сопровождаться протеканием тока, обусловленного действием светового давления [1,2]. Магнитное поле, возникающее вследствие протекания тока, будет влиять на показатель преломления плазмы, что может приводить к самофокусировке. В настоящей работе получены выражения для пороговой мощности самофокусировки и величины фокусного расстояния.

Плотность тока j_s, обусловленного действием светового давления, определим из уравнений движения электронов и ионов и закона сохранения импульса, написанного в предположении малости пондеромоторных сил, обусловленных градиентами интенсивности светового пучка.

$$mN\frac{d\mathbf{v}_e}{dt} = -Ne\mathbf{E}_s - \frac{Ne}{c}[\mathbf{v}_e, \mathbf{B}_s] - \nabla p_e - (\mathbf{v}_e - \mathbf{v}_i)\nu mN; \quad \frac{1}{c}[\mathbf{j}\,\mathbf{B}_s] = \frac{\mu \mathbf{s}}{c}$$

$$MNz^{-1}\frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = Ne\mathbf{E}_s + \frac{Ne}{c}[\mathbf{v}_i\,\mathbf{B}_s] - \nabla p_i + (\mathbf{v}_e - \mathbf{v}_i)\nu mN; \quad \mathbf{j} = Ne(\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_e), \tag{1}$$

где $\mathbf{E}_s\,\mathbf{B}_s$ — электрическое и магнитное поле световой волны ν — частота электрон-ионных столкновений; s — вектор Пойнтинга; μ — коэффициент поглощения; N — концентрация электронов; v — скорость; p — давление. Индексы e и i относятся к электронам и ионам. Введем цилиндрическую систему координат $(r,\ \phi,\ z)$ ось z которой совпадает с оптической осью луча. Решая систему (1) и проводя усреднение по отрезку времени, много бóльшему периода световой волны для проекций $j_z \equiv \langle j_z \rangle_t$, $u_{ez} \equiv \langle v_{ez} \rangle_t$, $u_{iz} \equiv \langle v_{iz} \rangle_t$ запишем:

$$MNz^{-1}u_{iz} = \frac{\mu M}{cM^*}\int_0^t [W(t') - W(t-t')e^{-\nu t'}]\,dt' - \frac{M}{M^*}\int_0^t \frac{\partial(p_e + p_i)}{\partial z}dt + \frac{M}{\nu M^*}\frac{\partial p_e}{\partial z}, \tag{2}$$

$$mNu_{ez} = \frac{\mu zm}{cM^*}\int_0^t [W(t') + \frac{M}{zm}W(t-t')e^{-\nu t'}]\,dt' - \frac{zm}{M^*}\int_0^t \frac{\partial(p_e + p_i)}{\partial z}dt - \frac{M}{\nu M^*}\frac{\partial p_e}{\partial z}, \tag{3}$$

$$j_z = Ne(u_{iz} - u_{ez}) = -\frac{\mu e}{mc}\int_0^t W(t-t')\,e^{-\nu t'}dt' + \frac{e}{m\nu}\frac{\partial p_e}{\partial z}, \tag{4}$$

где $M^* = M + zm$, $W \equiv \langle s \rangle_t$ — интенсивность лазерного излучения. Из уравнений (2) и (3) видно, что импульс электромагнитного излучения $(\mu W/c)$ при наличии электрон-ионных столкновений почти целиком (с точностью до членов zm/M) передается ионам. Уравнение (4) показывает, что в плазме может протекать ток, обусловленный световым давлением. Первый член в правой части (4) представляет собой j_s, а второй член описывает диффузионный вклад в j_z. Из уравнения (4) следует, что $j_s \to 0$ при $\mu \to 0$. Время релаксации j_s равно ν^{-1}. В случае когда W достаточно медленно меняется со временем $(W^{-1}\dot{W} << \nu)$ выражение для j_s приобретает вид: $j_s = -\mu eW/mc\nu$. Используя это выражение для аксиально-симметричного пучка с радиусом ρ и считая, что W не зависит от r (при $r \leqslant \rho$) получим для магнитного поля B соотношение: $B = 2\pi e\mu W r/mc^2\nu$ справедливое при $r \lesssim \rho$. Направление магнитного поля B совпадает с направлением магнитного поля тока текущего вдоль оси z навстречу лазерному лучу и, таким образом, всегда перпендикулярно волновой нормали. В этом случае в пучке возникает двулучепреломление и для показателей преломления n и поглощения μ в случае $\mathbf{E}_s \perp \mathbf{B}$ можно записать [3] соотношения

$$n^2 = 1 - \frac{a(1-a)}{1-a-\beta}; \qquad \mu = \frac{\nu a\,[(1-a)^2 + \beta\,]}{nc\,[1-a-\beta]^2}, \tag{5}$$

где $a = \omega_0^2/\omega^2 \approx N/N_{\text{кр}}$; $\beta = \omega_B^2/\omega^2$; ω_0 — электронная плазменная частота, ω_B — ларморовская частота, $N_{\text{кр}}$ — критическая плотность. Приведенные выражения для n и μ справедливы при выполнении неравенства: $1 - a - \beta >> {}^{\nu}/_{\omega}$. Предполагая дополнительно $\beta << (1-a)^2$, упростим выражения для n и μ

$$\mu = \frac{\nu a}{c\sqrt{1-a}}; \qquad n = \sqrt{1-a} - \frac{a\beta}{2(1-a)^{3/a}}. \tag{6}$$

Поскольку B достигает максимума вблизи границы пучка, а на оси пучка $B = 0$, то n в случае $\mathbf{E}_s \perp \mathbf{B}$ возрастает по мере продвижения к центру пучка и создаются условия, благоприятные для самофокусировки. Отметим, что в рассматриваемом случае связь изменения показателя преломления Δn с плотностью мощности W имеет нелокальный характер в отличие от хорошо изученных кубических сред с нелинейностью керровского типа. Дальнейшее решение задачи проведем для лазерного излучения с круговой поляризацией. В этом случае везде по сечению пучка вектор $\mathbf{E}_s$ можно разложить на две составляющие равной величины, одна из которых направлена параллельно, а другая перпендикулярно магнитному полю. Двулучепреломление света должно привести к образованию двух соосных световых пучков равной интенсивности, в одном из которых (S_1), вектор $\mathbf{E}_s$ всюду параллелен магнитному полю, а в другом (S_2) перпендикулярен к нему. Пучок S_2 может самофокусироваться, в то время как пучок S_1 будет расходиться вследствие дифракции. Для оценки пороговой мощности $P_{\text{кр}}$ самофокусировки пренебрежем вкладом светового давления пучка S_1, так как при распространении диаметры пучков S_1 и S_2 могут сильно отличаться как вследствие самофокусировки пучка S_2, так и вследствие дифракционной расходимости пучка S_1. Следуя работе [4] пороговую мощность оценим, приравнивая половинный угол дифракционной расходимости пучка S_2 $\Delta\phi_{\text{дифр}} = 1{,}22\lambda_0/4\rho n$ критическому углу скольжения при полном внутреннем отражении $\Delta\phi_{\text{ск}} = \sqrt{a\beta}/(1-a)$. Выражая β через W, определим $P_{\text{кр}}$ из соотношения

$$P_{\text{кр}} = \pi\rho^2 W = 0{,}96\,\frac{\nu m^2 c^4}{e^2\mu}\sqrt{\frac{1-a}{a}}. \tag{7}$$

Запишем уравнение траектории световых лучей в виде $R r''_{z^2} = -(1 + r'^2_z)^{3/2}$, где $R = n(\partial n/\partial r)^{-1}$ — радиус кривизны световых лучей. Воспользовавшись уравнением (6), получим $R = \gamma^2/r$, где $\gamma = m^2c^3\nu\omega(1-a)/2\pi e^2\mu W\sqrt{a}$. Предполагая $r'^2_z << 1$ ($\rho_0^2 << f^2$) можно записать $r''_{z^2} + \gamma^{-2} r = 0$, откуда следует, что f можно оценить из соотношения $f = {}^{\pi}/_{2}\, \gamma(0)$. Учитывая, что при $P \to P_{кр}$ $f \to \infty$ и подставляя значения констант, запишем

$$f = 0{,}82\,\frac{\omega}{c}\,\frac{\rho_0^2\sqrt{1-a}}{P_0/P_{кр}-1}\,. \tag{8}$$

По мере увеличения z происходит уменьшение мощности $P = P_0\, e^{-\mu z}$ вследствие обратного тормозного поглощения света. Для того, чтобы самофокусировка не прекратилась из-за поглощения света, необходимо выполнение неравенства: $f \leqslant \mu^{-1}\ln P_0/P_{кр}$, которое при заданных a, P_0, ν накладывает ограничение на начальный радиус пучка:

$$\rho_0^2 \leqslant \frac{1{,}22c^2}{a\omega\nu}\,(P_0/P_{кр} - 1)\ln(P_0/P_{кр}). \tag{9}$$

Отметим, что на границе пучка магнитное поле будет нарастать по мере увеличения z в соответствии с выражением $B(\rho) = \dfrac{2\pi e\mu W}{\nu m c^2}\rho \sim \dfrac{\exp(-\mu z)}{\rho(z)} \to \infty$ при $\rho \to 0$ ($z \to f$). Однако по мере роста B условие $\beta << (1-a)^2$ нарушается и начинает расти показатель поглощения μ, что ограничивает дальнейший рост магнитного поля. Максимальную величину B можно оценить из соотношения $\beta \approx (1-a)^2$.

Приведем численный пример для $P_0 = 10^{11}\,вт$; $\nu = 10^{12}\,с^{-1}$; $\omega = 1{,}8\cdot 10^{15}\,с^{-1}$; $a \approx N/N_{кр} = 0{,}9$ вычисление по формулам (7) – (9) дает

$$P_{кр} = 10^9\,вт;\quad \rho_0 \lesssim 2\cdot 10^{-2}\,см;\quad f \approx 4\cdot 10^{-2}\,см.$$

При этих условиях магнитное поле достигает величины 10 $Мгс$. Выражения для f и $P_{кр}$ были получены при условии, что W не меняется по сечению пучка. Аналогичные вычисления для пучка с гауссовым профилем плотности мощности $W = W_0\,e^{-r^2/\rho^2}$ приводят к следующим выражениям для пороговой мощности $P'_{кр}$ и величины фокусного расстояния f'

$$P'_{кр} \approx 1{,}6\,P_{кр};\qquad f' \approx f\,(1 + r^2/\rho^2)\,.$$

Более корректный расчет процесса самофокусировки (в частности структура фокальной области) и максимальных значений магнитного поля для предложенного механизма нужно проводить с использованием ЭВМ. Поскольку рассмотренный эффект сильно зависит от близости N к $N_{кр}$, то возможность его наблюдения в лазерной плазме в значительной степени определяется градиентами электронной концентрации вблизи $N_{кр}$.

Одновременно отметим, что проведенное рассмотрение справедливо, когда длина волны лазерного излучения в плазме меньше диаметра светового канала. При приближении к $N_{кр}$ это условие нарушается, что необходимо принимать во внимание.

В заключение авторы выражают искреннюю благодарность В.Н.Луговому за обсуждение работы и сделанные им полезные замечания.

Физический институт
им. П.Н.Лебедева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
5 апреля 1978 г.

Литература

[1] Г.А.Аскарьян, М.С.Рабинович, А.Д.Смирнова, В.Б.Студенов. Письма в ЖЭТФ, **5**, 118, 1967.

[2] П.П.Пашинин, А.Н.Прохоров. Письма в ЖЭТФ, **26**, 687, 1977.

[3] В.Л.Гинзбург. Распространение электромагнитных волн в плазме Физматгиз, 1960, стр.141.

[4] R.Y.Chiao, E.Garmire, C.H.Townes. Phys. Rev. Lett., **13**, 479, 1964.