Письма в ЖЭТФ, том 27, вып. 10, стр. 599 – 602 *20 мая 1978 г.*

КВАРКОВАЯ СПЕКТРОСКОПИЯ И УГОЛ КАБИББО

А. Т. Филиппов

На основе мидификации идеи Вайнберга и Фритча получена формула, выражающая угол Кабиббо θ_C через параметр нарушения симметрии сильного взаимодействия r. Из условия стационарности $d\theta_C/dr = 0$ найдено значение $\theta_C \approx 12{,}8°$ хорошо согласующееся с экспериментальным значением θ_C и с эмпирическими массами структурных кварков.

С тех пор как в физику было введено понятие о повороте адронного тока на угол Кабиббо, позволяющем восстановить универсальность слабого взаимодействия, не прекращались попытки вычислить этот угол или хотя бы объяснить его малость ($\theta_C \approx 13°$); Идея теоретической оценки θ_C подсказывается эмпирическим соотношением $\mathrm{tg}\,\theta_C \sim m_\pi / m_k$, из которого по-видимому следует, что величина θ_C связана с нарушением симметрий сильного взаимодействия. В работах [1, 2] было показано, каким образом требование сокращения расходимостей в массовой матрице кварков, индуцированных слабым взаимодействием, может привести к соотношению типа $\mathrm{tg}^2\theta_C \sim d/s$, где символы d, s обозначают массы соответствующих кварков. В этом подходе угол Кабиббо существенно связан с $SU_{2L} \times SU_{2R}$-симметрией сильного взаимодействия, и малость θ_C объясняется малостью нарушения этой симметрии.

Изобретение c-кварка позволило сделать слабое взаимодействие более симметричным [3] и открыло новые возможности для вычисления θ_C Пары кварков (uc), (ds) можно подвергнуть независимым вращениям на углы θ_1 и θ_2 соответственно, причем адронный ток $J = c_{\theta_1} s_{\theta_2} = u_{\theta_1} d_{\theta_2}$ можно представить в стандартном виде $J = \bar{c} s_{\theta_C} + \bar{u} d_{\theta_C}$, где $\theta_c = \theta_2 - \theta_1$, а $d_{\theta_C} = d\cos\theta_C + s\sin\theta_C$ и т. д. Используя эти вращения и некоторые предположения о виде массовой матрицы кварков Q_{ij} в одном из базисов, Вайнберг [4] и Фритч [5] пришли к формулам, выражающим θ_C через u, d, s, c и сводящимся при $u/c << d/s << 1$ к формулам Гатто и др. В [4], [5] предполагается, что в исходном "слабом" базисе массовые матрицы $Q_{ij}^{(1)}$ $Q_{ij}^{(2)}$ соответствующих пар (uc), (ds) удовлетворяют условиям $Q_{uu}^{(1)} = Q_{dd}^{(2)} = 0$, $Q_{uc}^{(1)} = \overset{*}{Q}{}_{cu}^{(1)}$, $Q_{ds}^{(2)} = \overset{*}{Q}{}_{sd}^{(2)}$. Отсюда, следует, что их определители отрицательны ($\det Q^{(1)} = -|Q_{uc}^{(1)}|^2$), т.е. собственные значения, которые должны совпадать с массами кварков, имеют разные знаки (скажем, $d < 0$). Эти массы отождествляются с ($\pm$) массами "токовых" кварков.

Мы покажем сначала, что, используя другие естественные гипотезы, более близкие к идеям работ [1, 2], можно получить выражения для θ_C, аналогичные формулам Вайнберга – Фритча. Очевидно, что при выключенном слабом взаимодействии матрицы $Q^{(1)}, Q^{(2)}$ диагональны, а их собственные значения совпадают с массами кварков (uc), (ds), определяющими массы наблюдаемых мезонов (массы "структурных" кварков). Включение слабого взаимодействия делает эти матрицы недиагональными: $Q_{uc}^{(1)} = Q_{cu}^{(1)} = a_1$, $Q_{ds}^{(2)} = Q_{sd}^{(2)} = a_2$, $a_1 a_2$ можно взять вещественными (ср. [5]). Предположим теперь, что слабое взаимодействие "выбирает" такой базис $(u_{\theta_1} c_{\theta_1})(d_{\theta_2} s_{\theta_2})$, в котором матрицы $Q^{(i)}$ диагональны и $Q_{uu}^{(1)} = Q_{dd}^{(2)} = 0$. Это требование, в сущности, означает, что массы "токовых" кварков u, d равны нулю, и что в новом базисе выполняется точная $SU_{2L} \times SU_{2R}$-симметрия. Элементарная диагонализация с учетом условий $Q_{uu}^{(1)} = Q_{dd}^{(2)} = 0$ приводит к результату

$$\operatorname{tg} 2\theta_1 = 2\sqrt{cu}(c - u)^{-1}; \quad \operatorname{tg} 2\theta_2 = 2\sqrt{sd}(s - d)^{-1}. \tag{1}$$

Учитывая, что $\theta_C = \theta_2 - \theta_1$, получаем формулу Фритча, которую мы представим в виде

$$\operatorname{tg}\theta_C = (r - r_1)(1 + r r_1)^{-1}, \quad r^2 \equiv d/s, \; r_1^2 \equiv u/c. \tag{2}$$

Если добавить a_i также и к диагональным элементам соответствующих матриц $Q^{(i)}$, мы в результате прийдем к той же формуле (2) для θ_C, но с $r \to \bar{r} = d/s$, $r_1 \to \bar{r}_1 = u/c$. Если поправки от слабых взаимодействий имеют другую структуру, то формула (2) может сохраниться, но связь r, r_1 с отношениями масс кварков будет сложнее (например, добавив a_i ко всем элементам $Q^{(i)}$ кроме $Q_{uu}^{(1)}$, $Q_{dd}^{(2)}$, легко получить указанное обобщение соотношения (2)). Вид "слабых" поправок определяется выбором конкретной модели слабого взаимодействия. Как указано в [4, 5] и в цитированных там работах, весьма вероятно, что в перенормируемых теориях, основанных на группе $SU_{2L}^{W} \times SU_{2R}^{W} \times U_{1}^{W}$ – эта матрица имеет вид, близкий к требуемому нами.

Гипотеза о равенстве нулю "токовых" масс u, d привела к нетривиальным соотношениям $a_1 = \sqrt{cu}$, $a_2 = \sqrt{sd}$, которые в принципе могут выполняться в единых теориях сильных, электромагнитных и слабых взаимодействий [4]. Поскольку пока нет реальной возможности вычислить массы кварков и поправки a_i в подобных теориях, мы попытаемся использовать необходимое условие существования самосогласованного решения наших уравнений – принцип стационарности угла Кабиббо по отношению к малым вариациям параметра, описывающего нарушение симметрии сильного взаимодействия. В качестве такого параметра можно взять r, тогда $r_1 = r_1(r)$. Это предположение можно приближенно реализовать в теории спонтанного нарушения $U_{nL} \times U_{nR}$, в которой, помимо "диагональных" переходов кварков $\mathfrak{M}(q_i \bar{q}_j \to q_i \bar{q}_j) \sim g_D$, существуют "недиагональные" $\mathfrak{M}(q_i \bar{q}_i \to \bar{q}_j q_j) \sim g_E$, причем $g_E / g_D \ll 1$ (см. подробнее [6]). Несимметричные решения уравнений самосогласованного поля для пропагаторов кварков оказываются при определенных условиях стабильнее симметричных и удовлетворяют приближенному соотношению $\frac{u}{s} \sim \frac{d}{s} \sim \frac{s}{c} \sim \frac{g_E}{g_D}$. Этим же механизмом смешивания кварков одновременно объясняется сильное $\eta - \eta'$ смешивание ($\sim \epsilon_\eta^2$), причем $\frac{\epsilon_\eta^2}{m_k^2} \sim \frac{g_E}{g_D}$ (из эмпирических формул мы нашли, что $(\epsilon_\eta^2 / m_k^2) \sim \frac{1}{5}$ [7].

Требование стационарности θ_C вытекает из того, что параметры a_1 сами неявно зависят от θ_c (например, в простейшей модели [2] $a_1 \sim \sim \sqrt{uc} \sin 2\theta_C$). Поэтому самосогласованное решение возможно лишь если θ_C слабо зависит от r. Условие стационарности можно понять и более формально. Если не существует свободных кварков, то их массы и параметр r определяются некоторым процессом усреднения [8] с ограниченной точностью $\sim \delta m$, δr. Необходимость слабой зависимости θ_C от малых вариаций r, формально выражаемой равенством $d\theta_C / dr = 0$, очевидна.

Условие $\theta'(r_0) = 0$ позволяет теперь определить r_0 и $\theta_C(r_0)$:

$$r_1'(r_0) = [1 + r_1^2(r_0)](1 + r_0^2)^{-1}, \quad \mathrm{tg}\,\theta_C(r_0) = [r_0 - r_1(r_0)](1 + r_0 r_1(r_0))^{-1}. \tag{3}$$

Сделав простейшее допущение, что $r_1 = r^2$, можно получить из (3) изящную формулу:

$$r_0 = \frac{1 + \sqrt{3}}{2} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{1/4} = 4354, \quad \mathrm{tg}^2\theta_C(r_0) = \frac{\sqrt{1/3} - 1/3}{\sqrt{3} + 3}, \quad \theta_C(r_0) = 12{,}794^\circ. \tag{4}$$

Допущение, которое привело нас к (4), хорошо согласуется с эмпирическим соотношением между u/c и d/s, полученным в [7]. Можно грубо воспроизвести результат этой работы, положив $q_{ia}^2 = q_i^2 + m_a^2$, где q_{ia} – эффективная масса кварка в векторном ($a = V$) или псевдоскалярном ($a = P$) мезоне, q_i – истинная масса i-го структурного кварка. Тогда, если можно пренебречь смешиванием кварков, масса мезона $(q_i \bar{q}_j)_a$ равна $M_{ija} = q_{ia} + q_{ja}$ (см. [6, 7]), и используя массы ρ, ϕ, D, D^* и условие $q_{ia}^2 - q_{ja}^2 = q_i^2 - q_j^2$, найдем массы $u_a \approx d_a$, s_a, c_a. Чтобы получить массы u, d, s, c заметим, что в пределе u, $d \to 0$ должно быть $m_\pi \to 0$, т.е. $m_\pi^2 = 2(u^2 + d^2)$. Аккуратное вычисление с учетом $u - d$ расщепления (из $\pi^+ - \pi^0$, $K^+ - K^0$) и смешивания привело нас к окончательному результату

$$u \approx 0{,}063 \quad d \approx 0{,}073, \quad s \approx 0{,}337, \quad c \approx 1{,}59 \text{ гэв.} \tag{5}$$

Для этих значений масс выполнено соотношение $r_1 \approx r^{2,11}$ и θ_C слегка больше значения (4). Если пренебречь $u - d$ расщеплением, то спектр масс кварков подчиняется простому условию $\frac{u+d}{2} : s \approx \frac{s}{c} \approx r^2$, $r \approx 0{,}454$, что весьма близко к „экстремальному" значению r_0 в (4). Заметим, что $r^2 \sim \epsilon_\eta^2 / m_k^2 \sim g_E / g_D$ (см.выше). Другие предположения о слабых поправках и о спектре масс кварков (например, $r_1 = r^{2+\epsilon}$) приводят к иным формулам для θ_C, однако, самая простая формула (4) наилучшим образом согласуется со значением θ_C, полученным на опыте, и с эмпирическими массами кварков (5).

Автор благодарен В.А.Матвееву за ценное обсуждение и замечания.

Объединенный институт
ядерных исследований

Поступила в редакцию
10 апреля 1978 г.

Литература

[1] N.Cabibbo, L.Maiani. Phys. Lett., 28B, 131, 1968.

[2] R.Gatto. Riv. Nuovo Cim., 1, 514, 1969.

[3] S.Glashow at.al. Phys.Rev., D2, 1285, 1970.

[4] S.Weinberg. Preprint HUTP-77/A057, Harvard, 1977.

[5] H.Fritzsch. Preprint TH.2358, CERN, Geneva, 1977.

[6] A.T.Filippov. In "Neutrino-75", vol.2, Budapest, 1975; "Neutrino-77", vol.2, Moscow, "Nauka" Publ., 1978; Proc. of the 18-th Intern. Conf. on High Energy Physics, pp. C129-159, vol. 1, Dubna, 1977.

[7] A.T.Filippov. Preprint JINR, E2-11435, Dubna, 1978.

[8] E.Poggio et.al. Phys.Rev., D13, 1958, 1976.