Письма в ЖЭТФ, том 27, вып. 12, стр. 696 – 700 *20 июня 1978 г.*

СПИНОВОЕ СТЕКЛО С КОРОТКОДЕЙСТВИЕМ В ОКРЕСТНОСТИ "ПЕРЕХОДА"

А.А.Абрикосов

В работе методами теории протекания рассмотрено поведение спинового стекла с немагнитными дефектами в окрестности перколяционного порога в конечном магнитном поле (h). Показано, что добавка к теплоемкости $\Delta C(h) = C(h) - C(0)$ и магнитная восприимчивость $\partial M/\partial h$ непосредственно связаны с функцией распределения кластеров по размерам. На основании теории подобия получены степенные зависимости от h и $(T - \Theta)/\Theta$.

В предыдущей статье [1] было показано, что для спинового стекла с большим количеством дефектов, у которого взаимодействие спинов экспоненциально зависит от расстояния, можно вычислить все основные термодинамические и кинетические характеристики. В области "перехода", где температура порядка взаимодействия спинов на среднем расстоянии $n_m^{-1/3}$ (n_m – концентрация магнитных атомов) применялся перколяционный подход, предложенный для спиновых стекол в [2]. Из него следовало, что теплоемкость и сопротивление фактически не имеют особенности в точке перколяционного порога, а магнитная восприимчивость, как функция T, может иметь небольшой "клюв". Таким образом перколяционные эффекты проявляются довольно слабо.

В настоящей статье будет показано, что поведение теплоемкости и магнитной восприимчивости в окрестности перехода в конечном магнитном поле, как функции температуры и магнитного поля непосредственно связаны с основными характеристиками перколяционной задачи.

Как уже говорилось в [1], в окрестности "перехода" $T = \Theta$ или $\beta = \beta_c$ (здесь $\beta = (4\pi/3)n_m r^3(T)$, $\beta_c = 3{,}0 \pm 0{,}1$; $r(T)$ – "тепловой радиус") возникают большие кластеры из магнитных атомов, спин которых вращается как целое. Во внешнем магнитном поле h теплоемкость, связанная с поворотом спина, есть

$$C_m = \phi\left(\frac{1}{2}\;\frac{\mu h}{T}\right) - \phi\left[\left(S_m + \frac{1}{2}\right)\frac{\mu h}{T}\right], \tag{1}$$

где $\phi(x) = x^2/\mathrm{sh}^2 x$, S – спин отдельной частицы, Sm – спин кластера, причем предполагается $m >> 1$. Нас будет интересовать область полей, где $S\bar{m}\mu h/T \sim 1$. Следовательно, $\mu hS/T << 1$, и первый член в (1) можно заменить единицей. Кроме того, в теплоемкость дают вклад отдельные слабо связанные спины (см. [1]). Но при $\mu hS/T << 1$ этот вклад слабо зависит от магнитного поля. Поэтому сумма C_m во всем кластерам есть $\Delta C(h) = C(h) - C(0)$. Нетрудно проверить, что имеет место соотношение

$$\frac{\partial Mm}{\partial h} = \frac{T}{h^2} C_m, \qquad (2)$$

где M_m – магнитный момент кластера $M_m = \mu S m \; B_{Sm}(\frac{\mu h}{T})$, B_{Sm} – функция Бриллюэна. Следовательно, такое же соотношение выполняется и для просуммированных величин.

Суммирование по кластерам мы проведем в два этапа. Сначала просуммируем по всем m при заданном n – числе частиц в кластере. Для этого надо найти вероятность данного полного спина в кластере из n-частиц. До сих пор, пока линейный размер кластера не превышает $r_1 = (4\pi n_m l)^{-1/2}$, все спины в нем коллинеарны (см. [1]). Вероятность того, что $n\uparrow$ спинов имеют ориентацию "вверх", а остальные $n - n\uparrow$ – "вниз" равна $(1/2)^n n!/[n\uparrow!(n - n\uparrow)!]$. Пользуясь асимптотикой при больших n и $n\downarrow$ и пересчитывая на вероятность по $m = |n\uparrow - n_\downarrow|$, получаем

$$B_1(n, m)\, dm = \sqrt{2/\pi n}\, \exp(-m^2/2n)\, dm. \qquad (3)$$

Если линейный размер кластера больше r_1, т.е. число частиц в нем больше $n_1 = (1/3)(4\pi n_m l^3)^{-1/2}$, то кластер становится "многодоменным", т.е. состоит из отдельных участков из n_1 частиц, в каждом из которых спины коллинеарны, но спины разных участков имеют разную ориентацию. Функцию $B(n, m)$ можно получить, если сделать модельное допущение о возможности независимого усреднения по ориентациям различных участков. Это, по-видимому, соответствует предположению о том, что взаимодействие данного участка с соседями осуществляется через большое число пограничных спинов. Принимая изотропное угловое распределение для ориентации спина каждого участка получаем вместо B_1 распределение

$$B_3(n, m) = \sqrt{2/\pi}\,(3/n)^{3/2}\, m^2 \exp\left(-\frac{3}{2}\,\frac{m^2}{n}\right). \qquad (4)$$

Таким способом можно найти $B(n, m)$ для любого углового распределения, причем всегда оказывается, что

$$\bar{m}^2 = \int_0^\infty m^2 B(n, m)\, dm = n. \qquad (5)$$

Усредняя C_m с $B_1(n, m)$, имеем

$$C_{n1} = \int_0^\infty C_m B_1(n, m)\, dm = \sqrt{2/\pi\rho}\int_0^\infty \exp(-y^2/2\rho)\,\left[1 - (y/\mathrm{sh}\, y)^2\right] dy, \qquad (6)$$

где $\rho = na^2$, $a = \mu hS/T$. Предельные значения имеют вид

$$C_{n1} \approx \rho/3 - \rho^2/5, \qquad \rho << 1 \tag{7}$$

$$C_{n1} \approx 1 - \frac{\pi^{3/2}}{3\sqrt{2}}\rho^{-1/2} + \frac{\pi^{7/2}}{2^{3/2}\cdot 15}\rho^{-3/2}, \qquad \rho >> 1. \tag{8}$$

Для распределения $B_3(n, m)$ находим

$$C_{n3} = \sqrt{2/\pi}\,(3/\rho)^{3/2}\int_0^\infty y^2 \exp(-3y^2/2\rho)\,[1 - (y/\operatorname{sh} y)^2]\,dy, \tag{9}$$

$$Cn_3 \approx \rho/3 - \rho^2/9, \qquad \rho << 1 \tag{10}$$

$$C_{n3} \approx 1 - \frac{\pi^{7/2}}{5}\left(\frac{3}{2}\right)^{1/2}\rho^{-3/2} + \frac{\pi^{11/2}}{7}\left(\frac{3}{2}\right)^{3/2}\rho^{-5/2}, \quad \rho >> 1. \tag{11}$$

Для получения полной магнитной теплоемкости необходимо знать распределения конечных кластеров по размерам $A(n, \epsilon)$, где $\epsilon = (\beta_c - \beta)/\beta_c$. Эта функция выше перколяционного порога, т.е. при $\epsilon > 0$ должна удовлетворять условию нормировки:

$$\sum_{n=1}^{\infty} n\,A(n, \epsilon) = N, \tag{12}$$

где N – полное число частиц, или

$$\sum_{n=1}^{\infty} n\,[A(n, \epsilon) - A(n, 0)] = 0. \tag{13}$$

Из теории подобия следует (см. [3]), что при $n >> 1$

$$A(n, \epsilon) = Nn^{-b} f(\epsilon n^a), \tag{14}$$

где a и b некоторые константы, причем $2 < b < 3$, $f(0) = \text{const}$; согласно машинным расчетам при $|x| >> 1$ $f(x)$ спадает по экспоненте.

Ниже точки перехода в сумму (12) не входят частицы бесконечного кластера. Поэтому

$$\sum_{n=1}^{\infty} nA(n, \epsilon) = N[1 - \Theta(-\epsilon)\,P(|\epsilon|)], \tag{15}$$

где $P(|\epsilon|)$ – вероятность для частицы находиться в бесконечном кластере. Среднее число частиц в конечном кластере есть

$$R(\epsilon) = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{\infty} n^2 A(n, \epsilon). \tag{16}$$

Подставляя формулу (14), получаем

$$P(\epsilon) \sim |\epsilon|^{\xi}, \quad \xi = (b-2)/a, \qquad (17)$$
$$R(\epsilon) \sim |\epsilon|^{\gamma}, \quad \gamma = (3-b)/a.$$

Из численных расчетов (см. [4] следует $\xi = 0{,}35$ $\gamma = 1{,}69$, а следовательно $a = 0{,}49$, $b = 2{,}17$.

Магнитная теплоемкость единицы объема есть

$$\Delta C(h) = \frac{1}{V} \sum_{n=1}^{\infty} A(n, \epsilon)\, C_n. \qquad (18)$$

Так как в (14) $b > 2$, то эта сумма в основном набирается при $n \sim 1$, где применимы асимптотики C_n при $\rho \ll 1$. Следует отметить, что для однодоменного кластера условие (5) выполняется при любом n. Сравнивая с (12), получаем

$$\Delta C(h) = \Delta C^{(1)} + \Delta C^{(2)}, \qquad (19)$$

$$\Delta C^{(1)} = \frac{1}{3} n_m a^2 [1 - \Theta(-\epsilon)\, P(|\epsilon|)], \qquad (20)$$

$$\Delta C^{(2)} = n_m \int_0^{\infty} n^{-b} \left(C_n - \frac{1}{3} n a^2\right) f(n^a \epsilon)\, dn. \qquad (21)$$

Интеграл для $\Delta C^{(2)}$ идет по большим n, что оправдывает применение формулы (14). Учитывая, что C_n зависит от комбинации na^2, а $P(\epsilon)$ имеет вид (17), получаем общее соотношение подобия

$$\Delta C(h) - \frac{1}{3} n_m a^2 = a^{2(b-1)} \phi(\epsilon a^{-2a}). \qquad (22)$$

В случае $|\epsilon| \gg a^{2a}$ из асимптотик (7), (9) получаем

$$\Delta C^{(2)} \approx - \frac{-a^4}{5} n_m R(\epsilon) \quad |\epsilon| \gg n_1^{-a}, \qquad (23)$$

$$\Delta C^{(2)} \approx - \frac{-a^4}{9} n_m R(\epsilon) \quad |\epsilon| \ll n_1^{-a}. \qquad (24)$$

Отметим, что эта зависимость от ϵ является главной при $\epsilon > 0$, но при $\epsilon < 0$ член с $P(\epsilon)$ в $\Delta C^{(1)}$ доминирует. В окрестности $\epsilon = 0$, т. е. при $|\epsilon| \ll a^{2a}$

$$\Delta C^{(2)} \rightarrow -a^{2(b-1)} [1 + q \epsilon a^{-2a}], \qquad (25)$$

где $q > 0$, $q \sim 1$.

Поскольку $(\beta_c - \beta)/\beta_c \sim (n_m^{1/3} l)(T - \Theta)/\Theta$, то температурная зависимость членов с ϵ в $\Delta C(h)$ слабее, чем зависимость, происходящая от основного члена $1/3\, n_m a^2$. Поэтому на эксперименте лучше определять $\partial^2 M/\partial h^2$. Сравнивая с (2), мы видим, что из этой величины исключаются члены, соответствующие $\Delta C^{(1)}$ в (20).

Были проведены более детальные расчеты для двух модельных функций $A(n, \epsilon)$: а) функции $A(n, \epsilon) = (\sqrt{2\pi}\, n^{5/2})^{-1} \exp(-n \epsilon^2/2)$, получающейся для решетки Бете; б) функции $A(n, \epsilon)$ в форме (14), где $f(x) = D(1 + xs/\xi)\exp(-s x)$ при $x > 0$, $f(x) = D\exp[s(\xi^{-1} - 1)x]$ при $x < 0$, где s и D подгоночные константы. Результаты будут приведены в более подробной статье.

Автор выражает благодарность Б.И.Шкловскому, И.Е.Дзялошинскому и В.Д.Покровскому за ценное обсуждение.

Институт теоретической физики
им. Л.Д.Ландау
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
8 мая 1978 г.

Литература

[1] А.А.Абрикосов, С.И.Мухин. Письма в ЖЭТФ, **27**, 477, 1978.

[2] D.A.Smith. J.Phys., **F4**, 1266, 1974; J. Phys., **F5**, 2148, 1975.

[3] D.Stauffer. Phys. Rev. Lett., **35**, 394, 1975.

[4] М.Е.Левинштейн, Б.И.Шкловский, М.С.Шур, А.Л.Эфрос. ЖЭТФ, **69**, 386, 1975.