

ВЫНУЖДЕННОЕ РАССЕЯНИЕ ПРИ ВОЗБУЖДЕНИИ ИЗЛУЧЕНИЕМ С ШИРОКИМ УГЛОВЫМ СПЕКТРОМ

Ф.А.Королев, В.И.Одинцов

Теоретически показано, что при вынужденном рассеянии в поле накачки с широким угловым спектром имеется значительный параметрический вклад в усиление стоксова излучения, влияющий на его угловое распределение.

Обычно при теоретическом рассмотрении вынужденного рассеяния излучение накачки представляется в виде однородной плоской волны. В

настоящем сообщении указывается на интересные особенности вынужденного рассеяния, возникающие в поле "немонохроматической" по углам накачки. Применяемый метод расчета эффективен в приближении постоянного поля накачки и при условии, что ее угловой спектр достаточно широк. Ниже для определенности будем иметь в виду случай вынужденного комбинационного рассеяния (ВКР) на полносимметричных молекулярных колебаниях, хотя основные выводы относятся в равной степени и к вынужденному рассеянию Мандельштама – Бриллюэна (ВРМБ).

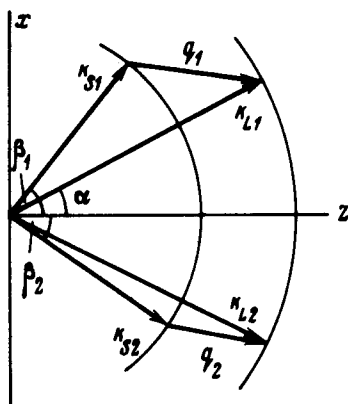


Рис. 1. Схема волновых векторов

Рассмотрим простейший случай, когда на слой комбинационно-активной среды, расположенный между неограниченными плоскостями $z = 0$ и $z = l$, падает монохроматическое излучение накачки $E_L(\mathbf{r}, t) = E_L(\mathbf{r})e^{i\omega_L t}$, состоящее из двух плоских волн, поляризованных вдоль оси "y" (рис. 1):

$$E_L(\mathbf{r}) = \mathcal{E}_{L1} e^{-ik_{L1}r} + \mathcal{E}_{L2} e^{-ik_{L2}r}, \quad (1)$$

где $|k_{L1,2}| = k_L = \frac{\mu\omega_L}{c}$ (μ – линейный показатель преломления, принятый одинаковым вне и внутри слоя); $k_{L1x} = -k_{L2x}$, $k_{L1y} = k_{L2y} = 0$, $k_{L1z} = k_{L2z}$.

Пренебрегая излучением антистоксовых и высших стоксовых компонент, запишем уравнение для амплитуд Фурье поля первой стоксовой компоненты

$$\hat{L}E(\omega_S, \mathbf{r}) = \frac{4\pi\omega_S^2}{c^2} \mathbf{P}^{\text{СП}}(\omega_S, \mathbf{r}), \quad (2)$$

где \hat{L} – линейный дифференциальный оператор, включающий член нелинейной поляризации, ответственный за ВКР, $\mathbf{P}^{\text{СП}}(\omega_S, \mathbf{r})$ – амплитуда Фурье поляризации, создаваемой спонтанными переходами.

Решение однородного уравнения $\hat{L}E = 0$ линейно зависит от граничных условий, поэтому достаточно рассмотреть случай, когда на среду падает одна плоская волна $E(\omega_S, \mathbf{r}) = \mathcal{E}_1^0 e^{-i\mathbf{k}_{S1}\mathbf{r}}$, где $|\mathbf{k}_{S1}| = k_S = \mu\omega_S/c$, $z < 0$.

Будем считать, что угол α достаточно велик

$$\alpha \gg \frac{1}{2} \sqrt{\tilde{\Delta}/k_L}, \quad (3)$$

где $\tilde{\Delta}$ определена ниже (см. (6)), а угол $\widehat{\mathbf{k}_{S1}, \mathbf{k}_{L1}} < \widehat{\mathbf{k}_{S1}, \mathbf{k}_{L2}}$. Тогда решение однородного уравнения можно искать в виде

$$E(\omega_S, \mathbf{r}) = \vec{\mathcal{E}}_1(\omega_S, z) e^{-i\mathbf{k}_{S1}\mathbf{r}} + \vec{\mathcal{E}}_2(\omega_S, z) e^{-i\mathbf{k}_{S2}\mathbf{r}}, \quad (4)$$

где $|\mathbf{k}_{S2}| = k_S$, а перпендикулярные к оси z составляющие волновых векторов связаны соотношением $q_{2\perp} = q_{1\perp}$, где $q_i = k_{Li} - k_{Si}$.

Для $\vec{\mathcal{E}}_1$ и $\vec{\mathcal{E}}_2$ получается система двух дифференциальных уравнений, решение которой существенно зависит от величины $\Delta_{21} = q_{2z} - q_{1z}$.

Возьмем случай $k_{S1y} = 0$, $\vec{\mathcal{E}}_1^0 = \mathcal{E}_1^0 \mathbf{y}_1$ (\mathbf{y}_1 — орт оси "y"), тогда $\vec{\mathcal{E}}_1 = \mathcal{E}_1 \mathbf{y}_1$, $\vec{\mathcal{E}}_2 = \mathcal{E}_2 \mathbf{y}_1$. При $\Delta_{21} \ll \pi/2l$ можно получить:

$$\mathcal{E}_1 = \frac{\mathcal{E}_1^0}{2} \left[e^{\kappa(1+\eta)z} + e^{\kappa(1-\eta)z} \right], \quad \mathcal{E}_2 = \frac{\mathcal{E}_1^0}{2} \xi \left[e^{\kappa(1+\eta)z} - e^{\kappa(1-\eta)z} \right], \quad (5)$$

где $\eta = \frac{m}{1+m^2}$, $m = \frac{|\mathcal{E}_{L2}|}{|\mathcal{E}_{L1}|}$, $\xi = \frac{\mathcal{E}_{L2}}{\mathcal{E}_{L1} m}$; $\kappa = \frac{1}{2} b(\rho)(1+i\rho)l_L \frac{1}{\cos \beta}$

— постоянная распространения стоксовой волны без учета параметрического взаимодействия, которая определяет "некогерентную часть" усиления, l_L — суммарная интенсивность обеих компонент накачки

$$b(\rho) = \frac{b}{1+\rho^2}, \quad b = b(0) \text{ — коэффициент усиления на центральной частоте}$$

стоксовой линии ω_S^0 при возбуждении одной плоской монохроматической волной накачки, рассчитанный на единичную интенсивность последней, $\rho = \frac{2(\omega_S - \omega_S^0)}{\Delta\Omega}$, $\Delta\Omega$ — ширина линии спонтанного рассеяния (СКР).

$\Delta\Omega$

Мы положили $\cos \beta_1 \approx \cos \beta_2 \approx \cos \beta$.

В общем случае можно показать, что если

$$\Delta_{21} < \tilde{\Delta}_{21} = \max \left\{ \frac{\pi}{2l}, \tilde{g} \right\}, \quad (6)$$

где $\tilde{g} = \eta g$, $g = 2\text{Re} \kappa$, то вклад параметрического взаимодействия в полный коэффициент усиления будет сравним со своим максимальным зна-

чением \tilde{g} , достигающимся при $\Delta_{21} \ll \pi/2l$. При $\Delta_{21} > \tilde{\Delta}_{21}$ параметрический вклад быстро уменьшается с ростом Δ_{21} . При $\Delta_{21} \gg \tilde{\Delta}_{21}$, $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_1^0 e^{\kappa z}$, а $\mathcal{E}_2 \approx 0$.

Обратимся к неоднородному уравнению (3). Макроскопическая поляризация $\mathbf{P}^{\text{СП}}(\mathbf{r}, t)$ может быть записана в виде $\mathbf{P}^{\text{СП}}(\mathbf{r}, t) = a(\mathbf{r}, t) \mathbf{E}_L(\mathbf{r}) e^{i\omega_L t}$, где $\mathbf{P}^{\text{СП}}$ и a определяются при фиксированном объеме усреднения, размеры которого малы по сравнению с λ . Используя разложение $a(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} a(\Omega, \mathbf{q}') e^{-i(\Omega t - \mathbf{q}' \cdot \mathbf{r})} d\Omega d\mathbf{q}'$ и представляя стоксово поле в виде $\mathbf{E}(\omega_S, \mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{E}_{\mathbf{q}'}(\omega_S, \mathbf{r}) d\mathbf{q}'$, нетрудно получить уравнение для поля $\mathbf{E}_{\mathbf{q}'}$,

возникающего на определенной исходной фононной волне. При выполнении (3) его решение имеет вид (4) при $\mathbf{q}_{1L} = \mathbf{q}_{2L} = \mathbf{q}'$. Выражая спектр мощности случайной функции $a(\mathbf{r}, t)$ через сечение СКР, можно получить, что для параметрически активных направлений (см. (6)) в плоскости xoz при $m = 1$ спектральная плотность интенсивности излучения, распространяющегося в телесном угле $d\theta$, равна

$$dJ(\omega_S, l) = \frac{N_a}{N_a - N_b} \frac{\hbar\omega_S}{2\pi\lambda_S^2} \left[\frac{1}{3} \left(e^{\frac{3}{2}g^l} - 1 \right) + \frac{1}{2}(e^{g^l} - 1) \right] d\theta, \quad (7)$$

где N_a, N_b – концентрации молекул на нижнем и верхнем колебательных уровнях.

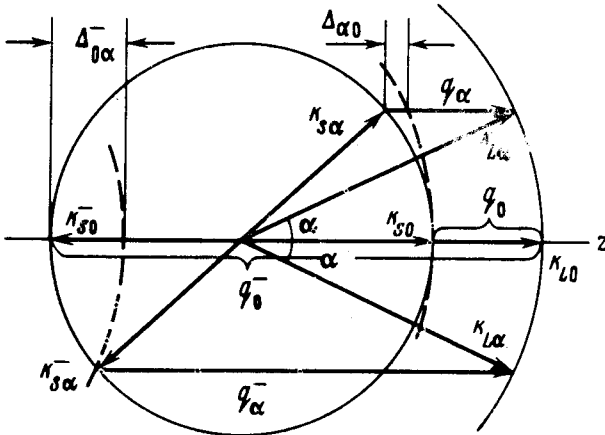


Рис. 2. К определению расстройки волновых векторов фононных волн

Аналогичное рассмотрение можно провести при "шумовом" угловом спектре накачки. Ее излучение считаем сосредоточенным в телесном угле θ_L с раствором 2α и имеющим равномерную яркость $B = I_L/\theta_L$. Приводимые ниже данные относятся к рассеянию "вперед". Угловой спектр накачки можно считать широким, если $2\alpha \gg \sqrt{\lambda_L/2l}$. Параметрически

активными являются направления, лежащие в пределах θ_L . Если $B < B_{кр} = q_0 / 2\pi b(\rho)$, где $q_0 = k_L - k_S$, то параметрический вклад в усиление

$G(z) = \int_0^z \tilde{g}(z') dz'$ при $z > \pi/q_0 a^2$ асимптотически приближается к максимальному значению $\tilde{G}_\infty \sim \pi^2 B b(\rho) / q_0$ (при $B \rightarrow B_{кр}$, $\pi^2 b(\rho) B / q_0 \rightarrow \pi/2$). Если $z \ll \pi/q_0 a^2$ или $B > B_{кр}$, то параметрическая и "некогерентная" части коэффициента усиления равны между собой $\tilde{g} = g$. При $b = 3 \cdot 10^{-3}$ см/Мет, $(\omega_L - \omega_S) / 2\pi c = 992$ см⁻¹ (C₆H₆) $B_{кр} = 4,8 \cdot 10^5$ Мет/см² · стерад. Критическая яркость $B_{кр}$ является аналогом критической спектральной плотности накачки [1].

Для обратного рассеяния $B_{кр}^- \approx \frac{2k_L}{q_0} B_{кр}$, $\tilde{G}_\infty^- \approx \frac{q_0}{2k_L} \tilde{G}_\infty$ (здесь и на

рис. 2 знак "-" обозначает обратное рассеяние). Уменьшение эффективности параметрического взаимодействия при обратном рассеянии связано с увеличением расстройки волновых векторов фоновых волн, которое иллюстрируется на рис. 2.

Полученные закономерности позволяют дать объяснение эффекту "повторения", исследованному в [2]¹⁾. Они определяют также наличие значительной асимметрии рассеяния "вперед-назад" и указывают, что последняя должна резко возрасти при превышении критической яркости.

Московский

государственный университет
им. М.В.Ломоносова

Поступила в редакцию
21 мая 1975 г.

Литература

- [1] С.А.Ахманов, Ю.Е.Дьяков, А.С.Чиркин. Письма в ЖЭТФ, 13, 724, 1971.
- [2] А.Н.Арбатская, К.А.Прохоров, М.М.Сущинский. ЖЭТФ, 62, 872, 1972.
- [3] Б.Я.Зельдович, В.И.Поповичев, В.В.Рагульский, Ф.С.Файзуллоев. Письма в ЖЭТФ, 15, 160, 1972.

¹⁾ Подобный эффект в угловом распределении обратного ВРМБ ранее обсуждался в [3].