Письма в ЖЭТФ, том 22, вып. 2, стр. 114 – 117 20 июля 1975 г.

ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЙ ПРЕДЕЛ ДЛЯ ОБЪЕМНЫХ КОЛЕБАНИЙ ЯДРА В ТЕОРИИ КОНЕЧНЫХ ФЕРМИ-СИСТЕМ

Б.А.Румянцев

В теории конечных ферми-систем получен гидродинамический предел, отвечающий объемным колебаниям ядра. Обсуждается ядерный аналог эффекта Черенкова – генерация ударной волны плотности в ядерных реакциях.

В этой статье мы хотим обратить внимание на возможный гидродинамический предел в микроскопической теории колебаний ядра. Основной физический результат работы состоит в следующем – коллективные колебания ядра с большими частотами ω представляют собой объемные волны и описываются уравнением гидродинамического типа для эффективного поля $V(x)$ [1]

$$\left(\Delta + \frac{\omega^2}{c^2}\right)V(x) = 0 \qquad \text{(внутри ядра)} \tag{1}$$

с граничным условием на поверхности Σ

$$\left.\frac{\partial V}{\partial x}\right|_{\Sigma} = 0 \,. \tag{2}$$

Чтобы показать это, запишем уравнение для матричных элементов $V_{11'}$ по одночастичным состояниям [1]

$$V_{11'}(\omega) = V^{\circ}_{11'}(\omega) + \sum_{22'} < 12' \mid b \mid 21' > \frac{n_2 - n_{2'}}{\epsilon_2 - \epsilon_{2'} + \omega} V_{22'}(\omega). \tag{3}$$

Здесь $< 12' \mid b \mid 21' >$, n_2 и ϵ_2 – взаимодействие, числа заполнения и энергия квазичастиц соответственно, а $V^{\circ}_{11'}(\omega)$ – затравочное поле. Рассмотрим собственные ($V^{\circ} = 0$) решения (3) с частотами ω в интервале ($\epsilon_F = p_F^2/2$ – энергия Ферми, p_F – импульс Ферми)

$$\epsilon_F >> \omega >> \mid \epsilon_2 - \epsilon_{2'} \mid . \tag{4}$$

Интегрируя (3) по $1/\omega$, находим

$$V(1) = -\frac{1}{\omega^2} Tr_2 \Big(G_{12}[\rho(2); [S(2); V(2)]] \Big) + \frac{1}{\omega} Tr_2 (G_{12}[\rho_2; V_2]),$$

где ρ – одночастичная матрица плотности, а S – самосогласованный гамильтониан. Считая, для простоты, взаимодействие G функцией только пространственных координат, имеем ($\hbar = m = 1$, $\rho(\mathrm{x}) \equiv \rho(\mathrm{x}/\mathrm{x})$ – плотность в ядре)

$$-\omega^2 V(\mathrm{x}) = \int d\mathrm{x}' G(\mathrm{x} \mid \mathrm{x}') \operatorname{div}(\rho(\mathrm{x}') \nabla V(\mathrm{x}')). \tag{5}$$

Имея в виду, что незатухающие объемные волны существуют лишь в случае отталкивания, воспользуемся простейшей аппроксимацией взаимодействия в теории конечных ферми-систем ($n = p_F^3/3\pi^2$, f – константа связи)

$$G(\mathrm{x} \mid \mathrm{x}') = f \left| \frac{dn}{d\epsilon_F} \right. \delta(\mathrm{x} - \mathrm{x}'). \tag{6}$$

Подставляя (6) в (5) и интегрируя полученное уравнение по слою толщиной L ($R_o >> L >> a$, R_o – радиус ядра, a – параметр диффузности) вблизи края ядра, немедленно получаем (1) и (2). Причем, для скорости звука c, имеем

$$c = p_F \sqrt{f/3}.$$

Полученный результат имеет прозрачный физический смысл. Неравенства (4) означают, что корреляционная длина p_F/ω должна быть в интервале (r_o – расстояние между частицами)

$$R_o >> p_F/\omega >> r_o \sim 1/p_F , \tag{7}$$

что по существу, эквивалентно требованию локальности коллективного движения. Отметим, что условие (7), в физическом плане, аналогично критерию перехода к гидродинамике в конечной ферми-системе со спариванием [2].

Найденные в работе уравнения имеют, на наш взгляд, не только методический интерес. Рассмотрим поставленную в [3] задачу о возбуждении объемных колебаний при рассеянии высокоэнергетичных нуклонов. Затравочное поле V° имеет в этом случае вид

$$V^\circ(1) = Tr_2(G_{12}\delta\rho(2)),$$

где $\delta\rho(2)$ – искажение матрицы плотности внутри ядра,обязанное налетающей частицей. Пренебрегая искривлением ее траектории и переходя к временно́му описанию, находим

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)V(\mathrm{x}\,;\,t) = -f\Big/\frac{dn}{d\epsilon_F}\,\frac{\partial^2}{\partial t^2}\delta(\mathrm{x}-\mathrm{b}-\mathrm{v}t)\frac{\rho(\mathrm{x})}{c^2\rho(0)}\,, \tag{8}$$

где b – прицельный параметр, v – скорость внешнего нуклона, а последний множитель в правой части (8) отражает тот факт, что возмущение отлично от нуля внутри ядра. Уравнение (8) совпадает с волновым уравнением для потенциалов в классической электродинамике с источником

$$-f\Big/\frac{dn}{d\epsilon_F}\,\frac{\partial^2}{\partial t^2}\delta(\mathrm{x}-\mathrm{b}-\mathrm{v}t)\frac{\rho(\mathrm{x})}{c^2\rho(0)}$$

Эта аналогия позволяет сделать ряд физических заключений не решая уравнение. В частности, если скорость внешней частицы $v > c$, то имеет место аналог излучения Черенкова, т. е. своего рода "ударная волна" плотности. Заметим, что "переходное излучение", обязанное захвату внешнего нуклона рассматривалось в [4].

Несколько замечений в заключение.

Согласованность предположений (4) и значений ω,определяемых из (1) и (2) требует выполнения неравенства: $A^{1/3} >> c/p_F >> 1$ (A – атомный номер). Это указывает на довольно узкую область применимости гидродинамического описания объемных колебаний.

Прямая аналогия с эффектом Черенкова имеет смысл лишь в том случае, когда размеры конуса излучения $c\tau$ (τ – время пролета внешней частицы через ядро) лежат в интервале: $R_0 \gtrsim c\tau >> r_0$.

Взаимодействие G вблизи края ядра меняет знак [1], в связи с чем объемная мода на поверхности затухает и должна "сшиваться" с поверхностными колебаниями [5].

В ряде работ (см., например, [6]), объемные колебания рассчитывались с помощью уравнений однородной ферми-жидкости с граничным условием $V\Big|_\Sigma + \mathrm{const}\,\frac{\partial V}{\partial n}\Big|_\Sigma = 0$, т. е. с введением свободного параметра.

Подчеркнем, что микроскопическая теория дает однозначное условие на поверхности (2), а в области применимости гидродинамики приводит к значительно более простым уравнениям, чем в [6].

Автор признателен С.Т.Беляеву и В.Г.Зелевинскому за ценные критические замечания, а также Я.С.Дербеневу и В.Б.Телицыну за полезные обсуждения.

Институт ядерной физики
Академии наук СССР
Сибирское отделение

Поступила в редакцию
2 июня 1975 г.

Литература

[1] А.Б.Мигдал. Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер. М., изд. Наука, 1965.

[2] Б.А.Румянцев. ЯФ, 15, 46, 1972.

[3] Л.А.Слив, Б.И.Барц. Материалы 10-й Школы ЛИЯФ, часть I, Ленинград, стр. 178, 1975.

[4] S.T.Belyaev, B.A.Rumyantsev. Phys. Lett., 53B, 6, 1974.

[5] В.А.Ходель. ЯФ, 19, 724, 1974.

[6] И.А.Ахиезер, Б.И.Барц, В.Г.Лазурик-Эльцуфин. ЯФ, 15, 863, 1972.