Письма в ЖЭТФ, том 22, вып. 4, стр. 234 – 237 *20 августа 1975 г.*

МОМЕНТ ИМПУЛЬСА И ОРБИТАЛЬНЫЕ ВОЛНЫ В АНИЗОТРОПНОЙ A-ФАЗЕ СВЕРХТЕКУЧЕГО He^3

Г.Е.Воловик

Вычисляется плотность момента импульса He^3 в A-фазе. На основании коммутационных соотношений для компонент момента импульса выводятся уравнения для орбитальных волн. Эффективная масса орбитальных возбуждений оказывается порядка $m(T_c/\epsilon_F)^2\ln(\epsilon_F/T_c)$.

Как известно (см. обзор [1]) анизотропная A-фаза сверхтекучего He^3 обладает тремя типами коллективных колебаний, связанных с различными нарушениями симметрии. Это: а) колебания плотности, связанные с нарушением градиентной инвариантности, б) спиновые волны, связанные с нарушением инвариантности относительно вращений в спиновом пространстве, в) орбитальные волны, связанные с нарушением инвариантности относительно вращений в обычном пространстве. Первые два типа колебаний теоретически хорошо исследованы (см., например, [2, 3]), поскольку уравнения для фазы конденсата и угла поворота спина могут быть получены из законов сохранения числа частиц и спина. Дисперсия же орбитальных волн не была получена, поскольку отсутствует соответствующий закон сохранения, из которого бы следовало уравнение движения для единичного вектора $\mathbf{l}$, указывающего направление орбитального момента пары. В работе [4] уравнение для $\mathbf{l}$ задавалось с помощью набора феноменологических параметров.

Первая попытка получить уравнение для $\mathbf{l}$ в гидродинамическом режиме была предпринята в работе [5], где использовалось соотношение коммутации для компонент вектора плотности момента импульса $\mathbf{L}$:

$$[L_i(\mathbf{r}), L_j(\mathbf{r}')] = ie_{ijk} L_k(\mathbf{r})\, \delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}'), \ \hbar = 1. \qquad (1)$$

В этой работе постулировалось, что вектор $\mathbf{L}$ направлен вдоль $\mathbf{l}$, т. е. $\mathbf{L} = L\mathbf{l}$, и, следовательно для малых отклонений $\delta\mathbf{l}$ от положения равновесия можно считать величины $L^{1/2}\delta l_x$ и $L^{1/2}\delta l_y$ канонически сопряженными переменными (ось z направлена вдоль $\mathbf{l}$). Поэтому для этих величин справедливы уравнения Гамильтона

$$L\delta \dot{l}_x = \delta F/\delta l_y, \ L\delta \dot{l}_y = -\left(\delta F/\delta l_x\right). \qquad (2)$$

Свободная энергия F легко вычисляется в приближении слабой связи, и поэтому для полной определенности не хватает лишь знания величины L. В работе [5], как и в работе [6], предполагалось, что величина момента L связана с тангенциальной компонентой коррелятора ток-плотность:

$$L \overset{?}{=} \int d^3R R < \mathbf{j}(\mathbf{R})\, \rho(0) >_\phi \sim (T_c/\epsilon_F)\hbar \rho_s \qquad (3)$$

для чего нет достаточных оснований (см. критику этого предположения в [1]).

В настоящей работе величина L вычисляется методом матричного кинетического уравнения (см. [7], а также [3]):

$$\omega\delta n_\mathbf{k} = \delta n_\mathbf{k}\epsilon^{\circ}_{\mathbf{k}+\mathbf{q}/2} - \epsilon^{\circ}_{\mathbf{k}-\mathbf{q}/2}\delta n_\mathbf{k} + n^{\circ}_{\mathbf{k}-\mathbf{q}/2}\delta\epsilon_\mathbf{k} - \delta\epsilon_\mathbf{k} n^{\circ}_{\mathbf{k}+\mathbf{q}/2} + I(n), \qquad (4)$$

где $\delta n_\mathbf{k}$, $n^{\circ}_\mathbf{k}$, $\epsilon^{\circ}_\mathbf{k}$, $\delta\epsilon_\mathbf{k}$ — матрицы 4×4 — определяются следующим образом (мы пользуемся обозначениями работы [3]):

$$\delta n_\mathbf{k}(\mathbf{q}) = \begin{pmatrix} \delta n^e_{\mathbf{k}\alpha\beta}(\mathbf{q}), & \delta n^+_{\mathbf{k}\alpha\beta}(\mathbf{q}) \\ \delta n^-_{\mathbf{k}\alpha\beta}(\mathbf{q}), & \delta n^t_{\mathbf{k}\alpha\beta}(\mathbf{q}) \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} <c^+_{\mathbf{k}-\mathbf{q}/2\,\alpha}\, c_{\mathbf{k}+\mathbf{q}/2\,\beta}>, & <c^+_{\mathbf{k}-\mathbf{q}/2\,\alpha}\, c^+_{-\mathbf{k}-\mathbf{q}/2\,\beta}> \\ <c_{-\mathbf{k}+\mathbf{q}/2\,\alpha}\, c_{\mathbf{k}+\mathbf{q}/2\,\beta}>, & <c_{-\mathbf{k}+\mathbf{q}/2\,\alpha}\, c^+_{-\mathbf{k}-\mathbf{q}/2\,\beta}> \end{pmatrix},$$

$$\epsilon_{\mathbf{k}}^{o} = \begin{pmatrix} \xi_{\mathbf{k}}\delta_{\alpha\beta}, & \Delta^{+}_{\mathbf{k}\alpha\beta} \\ \Delta_{\mathbf{k}\alpha\beta}, & -\xi_{\mathbf{k}}\delta_{\alpha\beta} \end{pmatrix}, \quad \delta\epsilon_{\mathbf{k}}(\mathbf{q}) = \begin{pmatrix} 0, & \delta\Delta^{+}_{\mathbf{k}\alpha\beta}(\mathbf{q}) \\ \delta\Delta_{\mathbf{k}\alpha\beta}(\mathbf{q}), & 0 \end{pmatrix}, \tag{5}$$

$$n_{\mathbf{k}}^{o} = (1/2) - (1/2)\,(\epsilon_{\mathbf{k}}^{o}/E_{\mathbf{k}})\,\mathrm{th}(E_{\mathbf{k}}/2T),$$

где $$E_{\mathbf{k}} = \sqrt{\xi_{\mathbf{k}}^{2} + (\Delta_{\mathbf{k}}^{+}\Delta_{\mathbf{k}})}, \quad \xi_{\mathbf{k}} = (k^{2}/2m) - (k_{F}^{2}/2m).$$

Здесь $\Delta_{\mathbf{k}\alpha\beta}$ – матрица параметра порядка. Для аксиального состояния Андерсона – Морела [6], которое, как предполагается, осуществляется в A-фазе,

$$\Delta_{\mathbf{k}\alpha\beta} = i\,(\vec{\tau}\,\mathbf{V}\tau_{y})_{\alpha\beta}(\hat{\mathbf{k}}\vec{\Delta}), \tag{6}$$

где $\vec{\tau}$ – матрицы Паули, $\mathbf{V}$ – единичный вектор, $\vec{\Delta} = \vec{\Delta}' + i\,\vec{\Delta}''$, вектора $\vec{\Delta}'$, $\vec{\Delta}''$, $\mathbf{l}$ перпендикулярны друг другу, $|\vec{\Delta}'| = |\vec{\Delta}''| = \Delta(T)$, $\hat{\mathbf{k}}$ – единичный вектор в направлении $\mathbf{k}$.

Для вычисления L введем неоднородное стационарное отклонение $\delta\mathbf{l}_{\mathbf{q}}$ от положения равновесия. Этому отклонению соответствует изменение параметра порядка:

$$\delta\Delta_{\mathbf{k}\alpha\beta}(\mathbf{q}) = -i\,(\vec{\tau}\,\mathbf{V}\tau_{y})_{\alpha\beta}(\hat{\mathbf{k}}\mathbf{l})\,(\vec{\Delta}\delta\mathbf{l}_{\mathbf{q}}). \tag{7}$$

Подставим это выражение в уравнение (4) и решим его относительно $\delta n^{e}_{\mathbf{k}\alpha\beta}(\mathbf{q})$ при $\omega = 0$. Воспользовавшись тем, что при $\omega = 0$ можно отбросить интеграл столкновений, получаем для $\delta n^{e}_{\mathbf{k}}$ после длинного, но простого вычисления следующее выражение:

$$\delta n^{e}_{\mathbf{k}\alpha\beta}(\mathbf{q}) = -\frac{\dfrac{\mathrm{th}\dfrac{E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}/2}}{2T}}{2E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}/2}} - \dfrac{\mathrm{th}\dfrac{E_{\mathbf{k}-\mathbf{q}/2}}{2T}}{2E_{\mathbf{k}-\mathbf{q}/2}}}{E^{2}_{\mathbf{k}+\mathbf{q}/2} - E^{2}_{\mathbf{k}-\mathbf{q}/2}}$$

$$\times\left[\left(\xi_{\mathbf{k}} - (1/2)\,\mathbf{qk} + (q^{2}/8)\right)\delta\Delta^{+}_{\mathbf{k}\alpha\gamma}\,\Delta_{\mathbf{k}+\mathbf{q}/2\,\gamma\beta} + \right.$$

$$\left. + \left(\xi_{\mathbf{k}} + (1/2)\,\mathbf{qk} + (q^{2}/8)\right)\Delta^{+}_{\mathbf{k}-\mathbf{q}/2\,\alpha\gamma}\,\delta\Delta_{\mathbf{k}\gamma\beta}\right]. \tag{8}$$

С помощью этого выражения можно найти изменение плотности момента $\delta\mathbf{L}$. Поскольку $\delta\mathbf{L} = \mathbf{r}\times\delta\mathbf{j}$, его фурье-компонента $\delta\mathbf{L}_{\mathbf{q}}$ выражается через $\delta n^e_{\mathbf{k}}$ следующим образом:

$$\delta \mathbf{L}_{\mathbf{q}} = -i \sum_{\mathbf{k}} \mathbf{k} \times (\partial / \partial \mathbf{q}) \delta n^e_{\mathbf{k}aa}(\mathbf{q}). \tag{9}$$

Подставляя (8) в (9) и устремляя q к нулю, получаем с логарифмической точностью

$$\delta \mathbf{L} = L \delta \mathbf{l}, L = -(\Delta^2(T) / 2) \sum_{\mathbf{k}} (\hat{\mathbf{k}} \mathbf{l})^2 (\partial / \partial \xi) [\, \mathrm{th}(E / 2T) / E \,] \approx$$

$$\approx (\hbar \rho / 8)(\Delta^2(T) / \epsilon_F^2) \ln \{ \epsilon_F / max[T, \Delta(T)] \}. \tag{10}$$

Т. е., как и следовало ожидать, момент импульса $\mathbf{L}$ направлен вдоль $\mathbf{l}$, но по величине существенно отличается от выражения (3), поскольку имеет порядок $\rho_s (T_c / \epsilon_F)^2 \hbar \ln(\epsilon_F / T_c)$.

В том, что в уравнение (2) входит L, даваемое формулой (10), а не формулой (3), можно убедиться и по другому. Дело в том, что при $T = 0$ уравнение (2) легко выводится из уравнения (4), в котором можно пренебречь интегралом столкновений, и уравнения для параметра порядка $\delta \Delta_{\mathbf{k}\alpha\beta}(\mathbf{q}) = \sum_{\mathbf{k}'} V_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \delta n^{-}_{\mathbf{k}'\alpha\beta}(\mathbf{q})$. При этом для L получается выражение $(\hbar \rho / 8)(\Delta^2(0) / \epsilon_F^2) \ln(\epsilon_F / \Delta(0))$, что совпадает с (10).

Эффективная масса орбитальных возбуждений, получаемая как и в работе [5] из уравнений (2), но с учетом формулы (10), а не формулы (3), имеет порядок $m_{\text{эфф}} \sim m(T_c / \epsilon_F)^2 \ln(\epsilon_F / T_c)$. Более подробное вычисление дисперсии орбитальных волн с учетом ферми-жидкостных поправок и движения нормальной компоненты будет опубликовано позднее.

Автор благодарен В.П.Минееву за сотрудничество в работе и И.А.Фомину за полезные дискуссии.

Институт теоретической физики
им. Л.Д.Ландау
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
14 июля 1975 г.

Литература

[1] A.J.Leggett. Rev. Mod. Phys., 47, 331, 1975.
[2] P.Wölfle. Phys. Rev. Lett., 31, 1437, 1973.
[3] R.Combescot. Phys. Rev., A10, 1700, 1974.
[4] R.Graham. Phys. Rev. Lett., 33, 1431, 1974.
[5] P.Wölfle. Phys. Lett., 47A, 224, 1974.
[6] P.W.Anderson, P.Morel. Phys. Rev., 123, 1911, 1961.
[7] O.Betbeder-Matibet, P.Nozieres. Ann. Phys., 51, 392, 1969.