

ЭФФЕКТЫ ПРОНИКНОВЕНИЯ И ЭКРАНИРОВКИ В ТОРМОЗНОМ ИЗЛУЧЕНИИ ЭЛЕКТРОНА НА ИОНЕ

В.И.Гервидс, В.И.Козан

Развита полуклассическая теория тормозного излучения электрона в произвольном центральном поле. В случае излучения на "жестком" многоэлектронном ионе с ее помощью получены приближенные выражения для полного эффективно-го излучения и спектра, демонстрирующие переход от излучения на "точечном" ионе к излучению на голом ядре.

Введение. В условиях горячей плазмы ($T_e \sim 10^2 + 10^3$ эв), содержащей частично ободранные ионы тяжелых элементов, существенный интерес представляет вопрос о тормозном излучении (ТИ) электрона в поле, плавно переходящем от кулоновского поля ядра к кулоновскому полю "точечного иона". Хотя и эффект экранировки и, как его уместно назвать, эффект "проникновения" сами по себе неоднократно рассматривались ранее [1 — 7 и др.], однако их анализ на единой основе с исследованием всей переходной области до последнего времени в литературе отсутствовал. (Часть результатов недавней работы [8], относящаяся к ТИ, обсуждается ниже). Цель настоящей работы — восполнить этот пробел. Это сделано ниже в рамках возможностей томас-фермиевской модели иона.

Полуклассический подход. Рассмотрение основано на развитом авторами полуклассическом подходе (ПКП) в теории ТИ. Суть ПКП состоит в использовании результатов классической теории ТИ [9] в комбинации с некоторыми квантовыми ограничениями, состоящими в требовании относительной малости квантовых неопределенностей классических величин, существенных для процесса излучения.

Исходным основанием для использования ПКП являются свойства симметрии кулоновского поля, приводящие к характерной нечувствительности вероятностей ряда процессов к величине параметра $\eta = Ze^2/\hbar v$, наиболее ярко проявляющейся в выпадении \hbar из резерфордского сечения рассеяния, а в несколько ослабленном виде — в практической независимости (дипольного) полного эффективно-го излучения k от η . И действительно, в случае чисто кулоновского поля ПКП позволяет воспроизвести основные результаты точной квантовомеханической теории Зоммерфельда [10]. При этом, в частности, выясняется, что классичность движения электрона обеспечивает и классичность спектра ТИ.

В случае многоэлектронного иона поле в переходной области $Z - N \ll Z_{\text{эфф}} \ll Z$ (Z — заряд ядра, N — число электронов, $Z_{\text{эфф}}$ — "эффективный" заряд, определяющий интенсивность ТИ) уже не является кулоновским, но, как можно показать, во всей этой области при $Z \gg 1$ автоматически выполняется известное условие квазиклассичности движения $|\frac{dX}{dr}| \ll 1$, благодаря чему ПКП правильно описывает ТИ также и для этой области.

Напротив, условия применимости [11] борновского приближения, использованного в [8], во всей переходной области при $Z \gg 1$ столь же автоматически нарушаются.

Полное эффективное излучение. Для произвольного центрального потенциала $U(r)$ полное эффективное излучение κ (определение см. в [9]) в рамках ПКП равно:

$$\kappa = \frac{8\pi e^2}{3m^2 v c^3} \int_{r_{min}}^{\infty} (dU/dr)^2 \sqrt{1 - U(r)/E} r^2 dr, \quad (1)$$

где r_{min} — решение уравнения¹⁾

$$\sqrt{1 - U(r_{min})/E} = \sqrt{3} r_{min} / 2\lambda. \quad (2)$$

(v — скорость электрона, $E = mv^2/2$, $\lambda = \hbar/mv$).

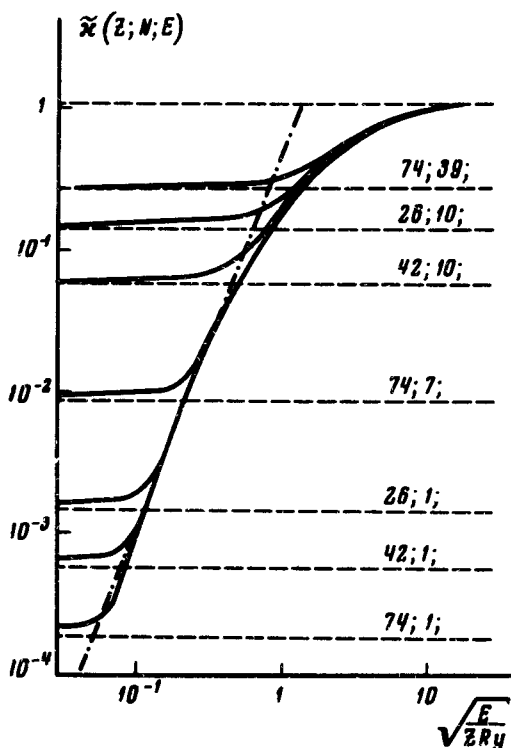


Рис. 1. Отношение $\tilde{\kappa} \equiv \kappa(Z; N; E) : \kappa(Z; 0; 0)$ в функции от $\sqrt{E/ZRy}$; $\kappa(Z; 0; 0) = 8\pi Z^2 e^6 / (3\sqrt{3} mc^3 \hbar)$. Пунктир — асимптотические значения κ (цифры у асимптот — значения Z и $Z - N$). Штрихпунктир — зависимость $\tilde{\kappa} = 0,47 (E/ZRy)^{4/3}$

Для случая кулоновского поля $U = -Ze^2/r$ получаем:

$$\kappa = 4\pi Z^2 e^6 [(1 + 2x)^{3/2} - 1] / [3\sqrt{3} mc^3 \hbar x (1 + 2x)^{1/2}], \quad (3)$$

где $x = Ze^2/(mv^2 r_{min})$, а r_{min} — решение соответствующего уравнения

¹⁾ Отметим, что (2) в общем случае отнюдь не сводится к часто используемому (см., например, [12]) условию $\rho_{min} \sim \lambda$ (ρ — прицельный параметр), справедливому лишь в борновском пределе.

(2). С точностью до множителя, близкого к единице, (3) при всех η совпадает с результатом точной теории [10].

Для томас-фермиевской модели иона $U = -(Ze^2/r) \chi(r)$ результат (1) нами табулирован: некоторые типичные кривые представлены на рис. 1, а с дополнительным усреднением по максвелловскому распределению — на рис. 2.

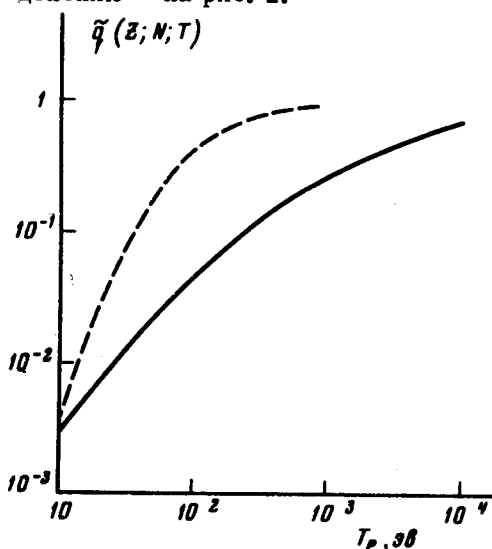


Рис. 2. Отношение $\tilde{q} \equiv \langle \nu \kappa(Z; N; E) \rangle : \langle \nu \kappa(Z; 0; 0) \rangle$ в функции от T_e . Сплошная кривая — настоящий расчет, пунктирная кривая — по данным [8], для $Z = 74$, $Z - N = 1$

Энергии экранировки и проникновения. (Для наглядного описания зависимости $\kappa(E)$ в переходной области удобно ввести две характерные энергии, определяющие границы этой области — *энергию проникновения* E_p и *энергию экранировки* E_s , определив их естественными условиями:

$$\kappa(Z; N; E_p) = 2\kappa(Z - N; 0; 0); \quad \kappa(Z; N; E_s) = \frac{1}{2} \kappa(Z; 0; \infty). \quad (4)$$

Для томас-фермиевской модели иона получаем ($\xi \equiv N/Z; 1 - \xi \ll 1$):

$$E_p \approx 38(1 - \xi)^{3/2} Z \text{ эВ}; \quad E_s \approx 92Z \text{ эВ}. \quad (5)$$

Определенные аналогично (4) температуры T_p и T_s равны:

$$T_p \approx 18(1 - \xi)^{3/2} Z \text{ эВ}; \quad T_s \approx 54Z \text{ эВ}. \quad (6)$$

При $E_p \ll E \ll E_s$, κ изменяется приблизительно пропорционально $Z^{2/3} E^{4/3}$ (см. рис. 1).

Спектр тормозного излучения. С помощью ПКП можно найти спектр ТИ $d\kappa(\omega)$ в произвольном центральном поле. Для случая кулоновского поля результат принимает вид

$$d\kappa(\omega) = \frac{4\pi^2}{3} \frac{Z e^4 v}{mc^3} \left\{ i\nu(1 + \frac{1}{\eta} \sigma) H_{i\nu}^{(1)} [i\nu(1 + \frac{1}{\eta} \sigma)] H_{i\nu}^{(1)*} [i\nu(1 + \frac{1}{\eta} \sigma)] + i\nu(1 - \frac{1}{\eta} \sigma) H_{i\nu}^{(1)} [i\nu(1 - \frac{1}{\eta} \sigma)] H_{i\nu}^{(1)*} [i\nu(1 - \frac{1}{\eta} \sigma)] \right\} d\nu, \quad (7)$$

где $\nu = Ze^2\omega / mv^3$, $\eta' = \gamma\eta$ ($\gamma = 1,78$ — постоянная Эйлера), $H^{(1)}$ и $H^{(1)'} —$ функция Ганкеля и ее производная по аргументу.

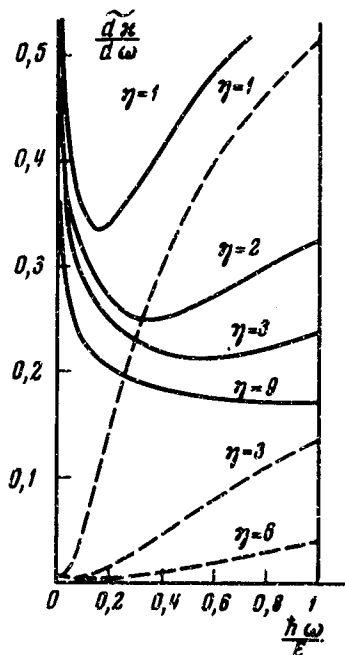


Рис. 3. Приведенный спектр тормозного излучения $d\tilde{\kappa}/d\omega = (mv^2 d\kappa/d\omega) / (2\hbar\kappa(Z;0,0))$, рассчитанный по формулам (7) — (8). Сплошные кривые — для $Z = 26$, $Z - N = 10$; пунктирные — для $Z = 26$, $Z - N = 1$. Цифры у кривых — значения параметра $\eta = \sqrt{Z^2 Ry / E}$

Формула (7) хорошо воспроизводит результаты точной теории [10] за исключением предельного случая окрестности коротковолновой границы при "борновских" энергиях ($\eta < 1$), что связано с учетом в нашем ПКП присущего этому случаю сильного изменения типа траектории в акте излучения — от прямолинейного до параболического¹⁾.

Для томас-фермиевского иона, в силу отмеченной выше квазиклассичности движения в переходной области, и, как можно показать, небольшой радиальной протяженности зоны, ответственной за ТИ, также можно приближенно воспользоваться формулой (7), заменив в ней *всюду* Z на эффективный заряд $Z_{\text{эфф}}(\nu, \omega)$, соответствующий расстоянию r_* , ответственному за излучение данной частоты: $Z_{\text{эфф}}(\nu, \omega) = Z\chi(r_*)$, где r_* — решение уравнения:

$$\sqrt{1 + 2Ze^2 \chi(r_*) / mv^2 r_*} = 4r_* \omega / \pi \sqrt{3} v. \quad (8)$$

Некоторые из результатов расчета по формулам (7) — (8) представлены на рис. 3.

¹⁾ Возможности ПКП могут быть расширены с помощью процедуры "симметризации" по начальному и конечному состояниям, широко используемой в теории кулоновского возбуждения ядер.

Обсуждение. Полученные результаты могут быть использованы для расчета радиационных потерь плазмы и для целей ее диагностики в практически интересной области Z , N и T_e . В этой связи необходимо сопоставить наши результаты с результатами [8], также относящимися к томас-фермиевскому иону, но основанными на неприменимом здесь борновском приближении. Различие оказывается весьма значительным, причем не только численно (см. рис. 2), но и по виду зависимости от параметров Z , N и T . Так, извлеченные из результатов [8] значения T_p и T_s оказываются равными (сравни (6)):

$$T_p = 9,6(1 - \xi)Z^{2/3} \text{ эв}; \quad T_s = 7,2Z^{2/3} \text{ эв}, \quad (9)$$

что эквивалентно сильному завышению $\langle \nu_k \rangle$ в [8].

Авторы благодарны М.А.Леонтовичу, В.С.Лисице и Б.А.Трубникову за полезные обсуждения и А.Е.Леневой — за выполнение численных расчетов.

Институт атомной энергии
им. И.В.Курчатова

Поступила в редакцию
25 июля 1975 г.

Литература

- [1] Г.Бете, Э.Солпитер. Квантовая механика атомов с одним и двумя электронами, М., ФМ, 1960.
- [2] А.И.Ахиезер, В.Б.Берестецкий. Квантовая электродинамика, М., изд. Наука, 1969.
- [3] T.Guggenberger. Z. Physik, 149, 523, 1957.
- [4] G.Nettner. Z. Physik, 150, 182, 1958.
- [5] Н.К.Тсeng, Р.Н.Рratt. Phys. Rev., 3A, 100, 1971.
- [6] Л.М.Биберман, Г.Э.Норман. JQ S R T, 3, 221, 1963; УФН, 91, 193, 1967.
- [7] R.R.Johnston. JQ S R T, 7, 815, 1967.
- [8] В.Д.Кириллов, Б.А.Трубников, С.А.Трушин. Физика плазмы, 1, 218, 1975.
- [9] Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Теория поля, М., изд. Наука, 1967.
- [10] А.Зоммерфельд. Строение атома и спектры, М., ГИТТЛ, 1956.
- [11] Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Квантовая механика, М., изд. Наука, 1974.
- [12] S.VON Goeler, W.Stodiek et al. Nuclear Fusion, 15, 301, 1975.