Письма в ЖЭТФ, том 22, вып. 8, стр. 424 – 426 20 октября 1975 г.

О СПОНТАННОМ НАРУШЕНИИ СИММЕТРИИ. ВОЗМОЖНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ СПИНА ГОЛДСТОУНОВСКИХ ЧАСТИЦ

Б.Г.Конопельченко

Рассмотрены возможность спонтанного нарушения непрерывной симметрии и допустимые значения спина голдстоуновских частиц для пространства-времени произвольной размерности при нулевой и конечной температуре.

Как известно, спонтанное нарушение непрерывной симметрии в локальной квантовой теории поля тесно связано с существованием безмассовых частиц (теорема Голдстоуна [1 – 4]). Спин (модуль спиральности) безмассовых голдстоуновских частиц равен нулю в случае групп Ли внутренней симметрии и равен половине, для групп, содержащих спинорные генераторы (групп суперсимметрии) [5, 6]. Представляется интересным выяснить какие значения спина голдстоуновских частиц вообще возможны, или, что эквивалентно, какого типа симметрии могут быть спонтанно нарушенными. В работе [7] было показано, что в четырехмерном пространстве-времени в локальной квантовой теории без индефинитной метрики при нулевой температуре возможны только скалярные и спинорные ($S_Г = 1/2$) голдстоуновские частицы.

В настоящей работе мы рассмотрим в рамках квантовой теории поля возможность спонтанного нарушения непрерывной симметрии и найдем допустимые значения спина голдстоуновских частиц для пространства-времени произвольной размерности как при нулевой, так и при конечной температуре.

Рассмотрим сначала квантовую теорию поля в n-мерном пространстве-времени (с одной временной $x^\bullet$ и $n - 1$ пространственными координатами x), удовлетворяющую аксиомам Вайтмана, при нулевой температуре. Будем предполагать, что генераторы группы автоморфизмов алгебры наблюдаемых представимы в виде интегралов от соответствующих токов: $Q_{(\dots)r} = \int dx^\bullet d\mathrm{x}\, f_r(\mathrm{x})\, g(x^\bullet) J_{\bullet(\dots)}(x)$, где $(\dots)$ обозначает совокупность лоренцевских индексов (тензорных и спинорных), $f_r(\mathrm{x})$ и $g(x^\bullet)$ – гладкие функции с компактным носителем, определяемые аналогично случаю $n = 4$ [3, 7].

Необходимым условием спонтанного нарушения непрерывной симметрии, генерируемой током $J_{\mu(\dots)}(x)$, является, как показано в [3], неограниченность нормы вектора $E_\bullet Q_{(\dots)r} | 0 >$ при $r \to \infty$, где $| 0 >$ вакуумный вектор, $E_\bullet$ – оператор проектирования на состояния с $p^2 = 0$ (p – n-мерный импульс). Учитывая 1), что $< 0 | J^*_{\mu(\dots)} E_\bullet J_{\nu(\dots)} | 0 > (p) = p_\bullet^{2d_J - n + 2} \Pi_{\mu\nu(\dots)}(p)\, \delta(p^2)$, где $\Pi_{\mu\nu(\dots)}(p)$ безразмерная (матричная) функция импульса, а d_J – масштабная размерность безмассового поля, имеющего те же трансформационные свойства относительно группы Лоренца, что и ток $J_{\mu(\dots)}(x)$ и 2) свойства фурье-образов функций $f_r(\mathbf{x})$, $g(x^\bullet)$, находим:

$$\lim_{r\to\infty} \| E_\bullet Q_{(\dots)\,r} |0\rangle \|^2 = \lim_{r\to\infty} \int d^n p\, |\widetilde{f}_r(\mathbf{p})|^2 |\widetilde{g}(p_\bullet)|^2 \times \tag{1}$$

$$\times \langle 0 | J^*_{\bullet(\dots)} E_\bullet J_{\bullet(\dots)} | 0 \rangle (p) = \lim_{r\to\infty} r^{2n-2-2d_J} \Phi,$$

где Φ – конечный интеграл.

Таким образом, спонтанное нарушение симметрии, генерируемой током $J_{\mu(\dots)}(x)$, возможно только при условии

$$d_J < n - 1. \tag{2}$$

Далее, используя соотношение между спином S_Γ голдстоуновских частиц и спином S_J тока J и, что в унитарных безмассовых представлениях n-мерной группы Пуанкаре $d_J = \frac{n}{2} - 1 + S_{J\,max}$, получаем ограничение на возможные значения спина голдстоуновских частиц :

$$S_\Gamma < \frac{n}{2} - 1. \tag{3}$$

Из формул (2) и (3) следует, что при нулевой температуре: 1) в двумерном пространстве-времени спонтанное нарушение непрерывной глобальной симметрии как с тензорными, так и со спинорными генераторами вообще невозможно (независимо от аргументов работы [8] о несуществовании скалярных голдстоуновских бозонов при $n = 2$), 2) в трехмерном пространстве-времени возможны только скалярные голдстоуновские частицы. 3) При $n = 4$ возможны скалярные и спинорные ($S_\Gamma = \frac{1}{2}$) голдстоуновские частицы [7], 4) при $n > 4$ возможны голдстоуновские частицы с высокими спинами.

Подчеркнем, что требование положительности метрики пространства состояний (унитарности представлений группы Пуанкаре) играет важнейшую роль в выводе условия (3). Если отказаться от этого требования, ограничений на значения спина голдстоуновских частиц не возникает.

Рассмотрим теперь квантовую теорию поля при конечной температуре T (см., например [9, 10]). При $T > 0$ $\langle J^*_{\mu(\dots)} E_\bullet J_{\nu(\dots)} \rangle_{T>\bullet}(p) =$
$= \langle 0 | J^*_{\mu(\dots)} E_\bullet J_{\nu(\dots)} | 0 \rangle_{T=\bullet}(p) + (\exp \frac{p_\bullet}{T} \mp 1)^{-1} A_{\mu\nu(\dots)}(p)\delta(p^2),$

где $A_{\mu\nu(\dots)}(p)\,\delta(p^2)$ имеет такую же степень однородности по импульсу, что и $\langle 0 | J^*_{\mu(\dots)} E_\circ J_{\nu(\dots)} | 0 \rangle (p)$. Поведение $\langle J^*_{\mu(\dots)} E_\circ J_{\nu(\dots)} \rangle_{T>\circ}(p/r)$ при $p \to \infty$ различно для спинорных и тензорных токов. Для спинорных токов (S_J – полуцелое) оба члена в $J^*_{\mu,\dots)} E_\circ J_{\nu(\dots)} \rangle_{T>\circ}(p/r)$ имеют одинаковую степень сингулярности при $r \to \infty$, для тензорных же токов второй член более сингулярен и поэтому $\langle J^*_{\mu(\dots)} E_\circ J_{\nu(\dots)} \rangle_{T>\circ}(p/r)$ ведет себя при $r \to \infty$ как $r^{-(2d_J - n - 1)} |\mathbf{p}|^{-1} A_{\mu\nu(\dots)}(p)\delta(p^2)$.

В результате, для спинорных голдстоуновских частиц условия (2) и (3) сохраняются и при $T > 0$, в то время как для голдстоуновских бозонов при $T > 0$ имеем

$$S_{\text{г.б.}}(T > 0) < \frac{n}{2} - \frac{1}{2} \quad . \tag{4}$$

Таким образом в четырехмерном пространстве-времени при $T > 0$, кроме скалярных и спинорных ($T = 0$), возможны также голдстоуновские частицы со спином единица. В двумерном и трехмерном пространстве-времени спонтанное нарушение непрерывной симметрии при $T > 0$ невозможно, так как скалярные голдстоуновские частицы, допускаемые условием (4), при $n = 2$, 3 запрещены требованием конечности флуктуаций поля [8, 11].

В заключение отметим, что мы рассматривали случай равного нулю химического потенциала μ. При $\mu \neq 0$ и $T > 0$ справедливы, как нетрудно видеть, условия (2) и (3).

Институт ядерной физики
Академии наук СССР
Сибирское отделение

Поступила в редакцию
8 сентября 1975 г.

Литература

[1] J.Goldstoyne. Nuovo Cim., 19, 154, 1961; J.Goldstoyne, A.Salam, S.Weinberg. Phys. Rev., 127, 962, 1962.

[2] D.Kastler, D.W.Robinson. J.A.Swieca. Commun. Math. Phys., 2, 108, 1966.

[3] H.Reeh. Fort. Phys., 16, 687, 1968.

[4] А.А.Гриб, Е.В.Дамаскинский, В.М.Максимов. УФН, 102, 587, 1970.

[5] Д.В.Волков, В.П.Акулов. Письма в ЖЭТФ, 16, 621, 1972; ТМФ, 18, 39, 1974.

[6] A.Salam, J.Strathdee. Phys. Lett., B49, 465, 1974.

[7] D.Maison, H.Reeh. Commun. Math. Phys., 24, 67, 1971.

[8] S.Coleman. Commun. Math. Phys., 31, 259, 1973.

[9] Д.А.Крижниц, А.Д.Линде. ЖЭТФ, 67, 1263, 1974.

[10] S.Weinberg. Phys. Rev., D9, 3357, 1974; L.Dolan, R.Jackiv. ibid., D9, 3320, 1974.

[11] Shang-keng Ma, R.Rajaraman. Phys. Rev., D11, 1701, 1975.