*Письма в ЖЭТФ, том 22, вып. 9, стр. 454 – 457 5 ноября 1975 г.*

# НЕЛИНЕЙНОЕ ЗАТУХАНИЕ ГЕЛИКОНОВ В МЕТАЛЛАХ

*Г. А. Вугальтер, В. Я. Демиховский*

В чистых металлах с неравными концентрациями электронов и дырок при низких температурах и наличии магнитного поля могут распространяться низкочастотные электромагнитные возбуждения – геликоны [1 – 3]. Если $kR < 1$ ($k$ – волновой вектор, $R$ – ларморовский радиус) и геликон распространяется вдоль магнитного поля $\mathbf{H}_0 \parallel oz$, направленного по оси симметрии кристалла, то затухание обусловлено лишь процессами соударений. При распространении под углом к направлению магнитного поля в области $kR < 1$, $|k_z| l >> 1$ ($l$ – длина свободного пробега) основным механизмом является бесстолкновительное магнитное затухание Ландау, линейная теория которого была построена Канером и Скобовым в [4]. В настоящем сообщении будут представлены основные результаты нелинейной теории магнитного затухания Ландау, подробное изложение которой будет дано в отдельной работе.

Остановимся сначала на физической стороне явления. Пусть геликон распространяется под углом $\theta$ к магнитному полю в металле с изотропным квадратичным законом дисперсии, причем волновой вектор $\mathbf{k}$ лежит в плоскости $yz$. Электрическое поле волны лежит в плоскости $xy$ и его компоненты связаны соотношением $E_x = -iE_y \cos\theta$. Магнитное поле $\mathbf{H}$ поляризовано по кругу в плоскости, перпендикулярной $\mathbf{k}$. Мы полагаем $kR << 1$, $\omega << \omega_c$, тогда движение электрона представляет собой быстрое вращение по ларморовской орбите, центр которой движется в медленно меняющихся в пространстве и времени полях. Из уравнений движения отдельной частицы в поле волны видно, что в области $kR << 1$ геликон эффективно взаимодействует с частицами, центры орбит которых движутся в плоскости постоянной фазы волны и для которых выполняется условие $k_z v_z = \omega$. При этом в результате действия компоненты электрического поля $E_x$ и магнитного поля $H_y$ центр орбиты ускоряется в направлении $z$ и энергия частицы изменяется. Магнитные силовые линии поля $\mathbf{H}_o + \mathbf{H}$ образуют систему скрученных движущихся магнитных "бутылок", расположенных таким образом, что области сгущения и разрежения силовых линий чередуются в плоскостях, перпендикулярных $\mathbf{k}$. Магнитные "бутылки" вызывают захват резонансных электронов. Центры ларморовских орбит захваченных частиц колеблются в "бутылках" с характерной частотой $\omega_o = k_z v_F \sqrt{h \sin\theta/2}$, где $v_F$ – фермиевская скорость, $h = H/H_o$, $H$ – амплитуда волны. Если частота колебания в "бутылке" много меньше частоты соударений $\tau^{-1}$, то захват несуществен и справедлива линейная теория. Если же за период колебания в "бутылке" частица не успевает рассеяться, то захват эффективен. В этом случае из-за модуляции скорости $v_z$ условия резонансного взаимодействия частиц с волной нарушаются и коэффициент поглощения падает.

Поскольку спектр геликона в области $kR << 1$ сформирован всеми электронами поверхности Ферми, а захваченные электроны лежат в узкой области $\tilde{v}_z \sim \omega_o/k_z << v_F$, реальная часть спектра геликона из-за захвата не меняется.

Расчет коэффициента затухания может быть выполнен на основе кинетического уравнения, которое в системе координат, движущейся вдоль оси $z$ со скоростью $v_o = v_ф/\cos\theta$ ($v_ф$ – фазовая скорость волны), имеет вид

$$v_y \frac{\partial f}{\partial y} + v_z \frac{\partial f}{\partial z} + \frac{e}{c}[\mathbf{v} \times (\mathbf{H}_o + \mathbf{H})]\frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} - \hat{I}\{f\} = 0. \tag{1}$$

В (1) мы пренебрегли производной $\partial f/\partial t$, пропорциональной малому коэффициенту затухания волны. В нашей системе координат магнитное поле волны совпадает с полем в лабораторной системе координат с точностью до членов порядка $(v_ф/c)^2$.

Решение (1) ищем в виде $f = F_o(\mathbf{v} + \mathbf{v}_o) + g_p(y, z)$, где $F_o$ – равновесная функция распределения. Переходя к переменным $\xi = k_z z + k_y y$, $v_z$, $\epsilon = m(v_z^2 + v_\perp^2)/2$, $\phi$, где $\phi$ – угол между $\mathbf{v}_\perp$ и осью $x$, получим

$$(k_z v_z + k_y v_\perp(\epsilon, v_z)\sin\phi)\frac{\partial g}{\partial \xi} - \omega_c h v_\perp(\epsilon, v_z)[\cos\phi\cos\xi\cos\theta -$$

$$-\sin\phi\sin\xi]\frac{\partial g}{\partial v_z} + \omega_c \frac{\partial g}{\partial \phi} + \hat{I}\{g\} = -F_o'(\mathbf{v} + \mathbf{v}_o)\frac{v_ф eH}{c}\Bigg[v_\perp(\epsilon, v_z)\cos\phi\cos\xi -$$

$$-\frac{v_\perp(\epsilon, v_z)}{\text{coa}\ \theta}\sin\phi\sin\xi\Bigg]. \tag{2}$$

Здесь $v_\perp(\epsilon, v_z) = \sqrt{2m\epsilon - v_z^2}$. В коэффициенте перед производной $\partial g/\partial\phi$ мы опустили несущественные для дальнейшего члены порядка $h << 1$.

Уравнение (2) решается методом характеристик. Для нахождения характеристик мы воспользовались методом усреднения по быстрым вращениям по ларморовской орбите [5]. Вдоль траектории $\xi = \bar{\xi} - k_y R\cos\phi$, где $\bar{\xi}$ описывает медленное движение центра орбиты. Подставляя это выражение в правую часть (2) и разлагая по $k_y R << 1$ до членов первого порядка включительно, получим выражение, в котором нужно выделить слагаемое, описывающее магнитное затухание Ландау и равное $-F_0'(v_\phi eH/2c)v_\perp(\epsilon, v_z)k_y R\sin\bar{\xi}$. При нахождении той части функции $g$, которая описывает магнитное затухание Ландау (обозначим ее $g_1$), мы можем в силу линейности (2) оставить в правой части лишь это слагаемое. Заметим, что эффективно взаимодействующие с волной частицы лежат в узкой области скоростей $|v_z| << v_F$, поэтому в интеграле столкновений можно ограничиться лишь процессами ухода и записать его в виде $\hat{I}\{g_1\} \approx (1/\tau)\, g_1$.

При решении уравнения для $g_1$ частицы разделяются естественным образом на две группы – захваченные и незахваченные. Первые совершают финитное движение по $\bar{\xi}$, вторые – инфинитное. Функции распределения захваченных и незахваченных частиц могут быть представлены в виде бесконечных рядов, содержащих эллиптические интегралы первого рода. Они имеют весьма громоздкий вид и поэтому здесь не приводятся.

Коэффициент затухания геликона вычисляется из формулы для среднего за период изменения энергии волны $\partial\widetilde{W}/\partial t = -2\,\mathrm{Im}\,\omega\,\widetilde{W} = \widetilde{\mathbf{j}\times\mathbf{E}}$. Волнистая черта означает усреднение по периоду, а средняя энергия равна $\widetilde{W} = \dfrac{1}{16\pi}\left[\dfrac{d}{d\omega}(\omega\epsilon_{ik})\,E_i^* E_k + |\mathbf{H}|^2\right]$. Вычисления показывают, что отношение нелинейного коэффициента поглощения $\Gamma_{\text{н}}$ к линейному $\Gamma_{\text{л}}$ равно $\Gamma_{\text{н}}/\Gamma_{\text{л}} = \gamma_t + \gamma_{ut}$, где $\gamma_t$ и $\gamma_{ut}$ – соответственно вклады захваченных и незахваченных частиц, равные

$$\gamma_t = 128\pi^2 \int_1^{+\infty} \frac{d\kappa}{\left(\kappa K\left(\frac{1}{\kappa}\right)\right)^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(n-\frac{1}{2}\right)^2 q^{2n-1}\left(\frac{1}{\kappa}\right)}{\left(1+q^{2n-1}\left(\frac{1}{\kappa}\right)\right)^2} \frac{\tau^{-1}\omega_0}{\tau^{-2}+\left(\dfrac{\pi\omega_0\left(n-\frac{1}{2}\right)}{K\left(\frac{1}{\kappa}\right)}\right)^2}, \tag{3}$$

$$\gamma_{ut} = 128\pi^2 \int_0^1 \frac{d\kappa}{\kappa^6 K^2(\kappa)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 q^{2n}(\kappa)}{(1+q^{2n}(\kappa))^2} \frac{\tau^{-1}\omega_0}{\tau^{-2}+\left(\dfrac{\pi n\,\omega_0}{\kappa K(\kappa)}\right)^2}. \tag{4}$$

Здесь $K(\kappa)$ – полный эллиптический интеграл первого рода, $q(\kappa) = \exp\{-\pi K(\sqrt{1-\kappa^2})/K(\kappa)\}$. Если $\omega_0\tau << 1$, то из (3), (4) следует, что $\gamma_{ut} \approx 1$, $\gamma_t \sim \omega_0\tau << 1$. Это значит, что захват несущественен и справедлива линейная теория. Если $\omega_0\tau >> 1$, то $\gamma_t + \gamma_{ut} \approx A/\omega_0\tau$, где $A$ — коэффициент порядка единицы. Численный расчет дает значение $A \approx 2$. Интересно отметить, что аналогичный результат получается для отношения нелинейного коэффициента поглощения продольного звука к линейному в проводниках и сверхпроводниках [6, 7].

Приведем оценки величины эффекта. Полагая $\tau = 5 \cdot 10^{-10}$ *сек*, $H_0 = 4 \cdot 10^4$ *э*, $kR = 0{,}3$ и считая, что $v_F$ и концентрация носителей имеют типичные для металлов значения, получим, что при плотности потока введенной в образец мощности 1 *вт/см*$^2$ параметр $\omega_0 \tau$ равен 3, и коэффициент поглощения уменьшается примерно в два раза. Можно показать, что разогрев при этом не существенен.

Авторы благодарны А.А.Андронову за полезные обсуждения.

Горьковский
государственный университет
им. Н.И.Лобачевского

Поступила в редакцию
27 сентября 1975 г.

## Литература

[1] О.А.Константинов, В.И.Перель. ЖЭТФ, 38, 161, 1960; P.Aigrain. Proc. Intern. Conf. Semicond. Phys., Prague, 1960 p.224.

[2] E.A.Kaner. V.G.Skobov. Adv. in Phys., 17, 605, 1968.

[3] Б.Максфилд. УФН, 103, 233, 1971.

[4] Э.А.Канер, В.Г.Скобов. ЖЭТФ, 45, 610, 1963.

[5] Н.Н.Боголюбов, Ю.А.Митропольский. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М., ГИФМЛ, 1963, гл. 5.

[6] Ю.М.Гальперин. В.Д.Каган, В.И.Козуб. ЖЭТФ, 62, 1521, 1972.

[7] Ю.М.Гальперин, В.Л.Гуревич, В.И.Козуб. ЖЭТФ, 65, 1045, 1973.