

О КОЛЛАПСЕ ПЛАЗМЕННЫХ ВОЛН ВБЛИЗИ НИЖНЕ-ГИБРИДНОГО РЕЗОНАНСА

С.Л.Мушер, Б.И.Стурман

Аналитически и численно исследована турбулентность плазменных волн с частотами, близкими к нижней гибридной. Показано существование коллапса — образование за конечное время особенностей амплитуды колебаний.

1. В настоящее время можно считать установленным, что ленгмюровский коллапс — образование за конечное время особенности амплитуды ленгмюровских колебаний в зонах пониженной плотности — играет определяющую роль при нагреве изотропной и слабозамагниченной плазмы [1—3]. В этой статье мы хотим обратить внимание на возможность аналогичного явления в совершенно иной физической ситуации — при возбуждении плазменных волн вблизи нижне-гибридного резонанса с частотами

$$\omega_{\mathbf{k}} = \omega_L (1 + z^2 + y^2)^{1/2}; \quad z = (M/m)^{1/2} \cos \theta;$$

$$\omega_L^2 = \frac{\omega_H^2 \omega_{pi}^2}{\omega_p^2 + \omega_H^2}; \quad y^2 = k^2 R^2 = \begin{cases} 3k^2 \frac{T_i}{T_e} r_d^2 & (\omega_H \gg \omega_p), \\ \left(\frac{3}{4} + 3 \frac{T_i}{T_e}\right) k^2 r_H^2 & (\omega_H \ll \omega_p) \end{cases} \quad (1)$$

Здесь ω_H , ω_p — циклотронная и плазменная частоты электронов, а θ — угол между волновым вектором и магнитным полем. Экспериментальным подтверждением рассматриваемого ниже эффекта являются, по-видимому, недавние эксперименты [4], в которых наблюдалось образование вытянутых вдоль магнитного поля областей локализации колебаний и их самосжатие.

2. Обратим внимание на сходство (1) с законом дисперсии ленгмюровских волн. Из этого следует, что большинство нелинейных механизмов приводят в рамках слабой турбулентности к перекачке энергии в область малых z , k , и образованию здесь конденсата плазменных волн, аналогичного по происхождению ленгмюровскому конденсату.

Пусть, к примеру, плазменные волны возбуждаются параметрически с частотой ω_0 , в несколько раз превосходящей ω_L . В спектре слабой турбулентности при этом имеется 3 характерных участка. 1 – $\omega_0 > \omega_k > \sqrt{2} \omega_L$. В этой области частот основным нелинейным процессом является взаимодействие плазмонов с ионным звуком (если $T_e >> T_i$) или же индуцированное рассеяние на ионах ($T_e \sim T_i$). Поскольку здесь, очевидно, $z >> y$, нелинейная перекачка происходит лишь по углу; при этом, как показано в [5], колебания концентрируются в области малых цилин волн, так, что $y = y_0 = k_0 R$ (k_0 – характерный волновой вектор, для которого затухание плазмонов по Ландау еще мало). Область 1 заполняется колебаниями при надкритических

$$\gamma_{\text{неуст}} / \gamma_{\text{зат}} \sim \omega_0 / \omega_L y_0. \quad (2)$$

При больших превышениях возбуждаются колебания в области $2 - 1 > z^2 > y_0^2$. В этой области существенно меняется характер нелинейных процессов. Как показано в [6], главным из них, независимо от соотношения температур, является индуцированное рассеяние на электронах¹⁾. Нелинейная перекачка здесь попрежнему происходит по углу, сохраняется и коротковолновый характер турбулентности.

Рассмотрим, наконец, 3-ю область углов $z^2 < y_0^2$. Как видно из (1), зависимость $\omega = \omega(y)$ здесь весьма существенна. Это приводит к изменению направления спектральной перекачки, она происходит как по углу, так и по модулю волнового вектора. Заметим теперь, что в области 3 изменение частоты (а, следовательно, и энергии) плазмонов за счет нелинейных эффектов мало, полное же их число в процессе рассеяния, как известно, сохраняется. Поэтому происходит конденсация энергии в области малых k , z , приводящая в свою очередь к неустойчивости конденсата, при описании которой волновую турбулентность уже нельзя считать слабой. Выясним область применимости слаботурбулентного описания. Для этого сравним характерное изменение частоты за счет нелинейного взаимодействия и дисперсионный член. Инкремент неустойчивости конденсата [6].

$$\gamma_{ne} \sim \omega_L \frac{W}{nT_e} \frac{M}{m} \frac{\omega_p^2}{(\omega_p^2 + \omega_H^2)} \quad (3)$$

(W – энергия колебаний). Из (1), (3) имеем

$$\frac{W}{nT_e} \frac{M}{m} << k^2 R^2 \left(1 + \frac{\omega_H^2}{\omega_p^2} \right). \quad (4)$$

¹⁾ Аналогичный результат получен в работе [7].

Условие возникновения сильной турбулентности, обратное (4), равнозначно требованию $\gamma_{\text{неуст}}/\gamma_{\text{зат}} >> \omega_0/\omega_L u_0$; оно легко может быть выполнено в экспериментах по параметрическому нагреву плазмы.

3. Динамическое уравнение, описывающее эволюцию сильнолинейных спектров плазменных волн можно получить методом, близким к использованному Захаровым для описания изотропной плазмы [1].

$$\Delta \left(i\psi_t + \frac{\omega_L R^2}{2} \Delta \psi \right) - \frac{\omega_L}{2} \frac{M}{m} \Delta_z \psi - q \operatorname{div} ([\vec{\nabla} \psi \vec{\nabla} \psi^*]_z [\mathbf{h} \vec{\nabla} \psi]) = 0; \quad (5)$$

$$q = e^2 \omega_p^2 / 2m \omega_L (T_e + T_i) (\omega_p^2 + \omega_H^2); \quad \mathbf{h} = \mathbf{H}_0 / H_0.$$

Здесь ψ — временная огибающая электростатического потенциала $\phi_{\text{ЭЛ}} = \psi e^{-i\omega_L t} + \text{к.с.}$. Уравнение (5) справедливо при достаточно малых интенсивностях

$$\frac{W}{n T_e} \ll \frac{m}{M} (1 + \omega_p^2 / \omega_H^2) \quad (6)$$

пока инкремент неустойчивости $\gamma_{ne} \ll k_z v_{Te}$. Более детальное исследование показывает, что в процессе развития неустойчивости обязано выполняться соотношение, связывающее продольный и поперечный масштабы изменения ψ — $u \sim z$ или, что то же самое

$$l_{\parallel} / l_{\perp} \sim (M/m)^{1/2} kR \gg 1. \quad (7)$$

С учетом (7) уравнение (5) становится двумерным и в безразмерных переменных приобретает вид

$$\Delta(i\psi_t + \Delta\psi) - 2 \operatorname{div} ([\vec{\nabla} \psi, \vec{\nabla} \psi^*]_z [\mathbf{h}, \vec{\nabla} \psi]) = 0. \quad (8)$$

Аналогично уравнениям ленгмюровского коллапса [1, 8], (8) может быть записано в гамильтоновой форме (как впрочем и (5)).

$$\Delta i \psi_t + \frac{\delta H}{\delta \psi^*} = 0; \quad H = \int (|\Delta\psi|^2 + [\vec{\nabla} \psi \vec{\nabla} \psi^*]_z^2) d\mathbf{r}. \quad (9)$$

Из этого факта сразу следует сохранение гамильтониана H . Имеется также интеграл движения $N = \int |\vec{\nabla} \psi|^2 d\mathbf{r}$, имеющий смысл полного числа плазмонов.

Несмотря на отмеченное сходство, вопрос о возможности коллапса в рамках (8) и его критерии представляется значительно более сложным, чем для изотропной плазмы (в последнем случае достаточным условием образования особенности является отрицательность гамильтониана). Определенную информацию о поведении решений (8) можно получить, исследуя его стационарные состояния ($\psi(t) \propto \exp i\lambda^2 t$). Легко показать, что для таких решений $H = 0$. Таким образом произвольное начальное распределение в результате эволюции никогда не достигает стационара. С другой стороны, очевидно, что при $H < 0$, $\psi(r)$ не может и неограниченно расплываться, как это было бы в результате дифракции ($H > 0$).

Заметим, что решения (8) не могут быть радиально симметричными из-за обращения в нуль его нелинейной части. Можно, однако, искать в виде $\psi = \Phi(r, t)e^{im\phi}$ ($m = 1, 2, \dots$). Для функции Φ получаем одномерное уравнение

$$\hat{K}(i\Phi_t + \frac{1}{r}\hat{K}\Phi) + 2m^2\Phi \frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} |\Phi|^2 = 0; \quad \hat{K} = \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} - \frac{m^2}{r}. \quad (10)$$

О существовании и характере коллапса можно судить по поведению отдельных мод $\Phi_m(r, t)$, причем наибольший интерес представляют первые из них.

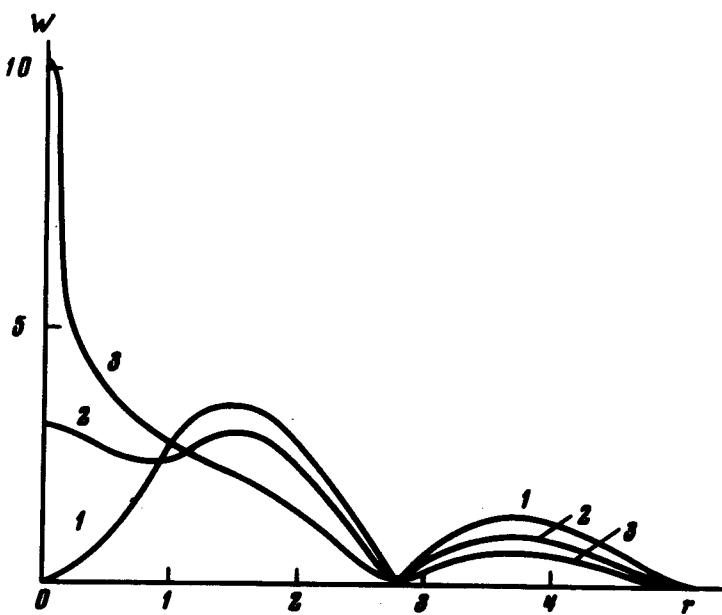


Рис. 1. Функция $W(r)$ для 1-й моды ($m = 1$) в моменты времени: 1 — $t = 0$; 2 — $t = 0,15$; 3 — $t = 0,4$; ($H = -8,5$).

4. Уравнение (10) численно моделировалось на ЭВМ с помощью неявной разностной схемы типа Кранка — Никольсона второго порядка точности по времени и по r , сохраняющей порядок аппроксимации вблизи $r = 0$.

Численный эксперимент убедительно продемонстрировал наличие коллапса. Его необходимым условием является отрицательность гамильтонiana. Характер образования особенности в решении хорошо виден из рис. 1, 2. Контроль точности счета производился по сохранению гамильтонiana; счет прерывался, когда максимальное отклонение ($H - H_0$) составляло (5 — 7)%.

5. Наличие коллапса может оказывать существенное влияние на характер нагрева плазмы вблизи нижне-гибридного резонанса. Весьма важным при этом является выяснение механизма диссипации энергии в коллапсе.

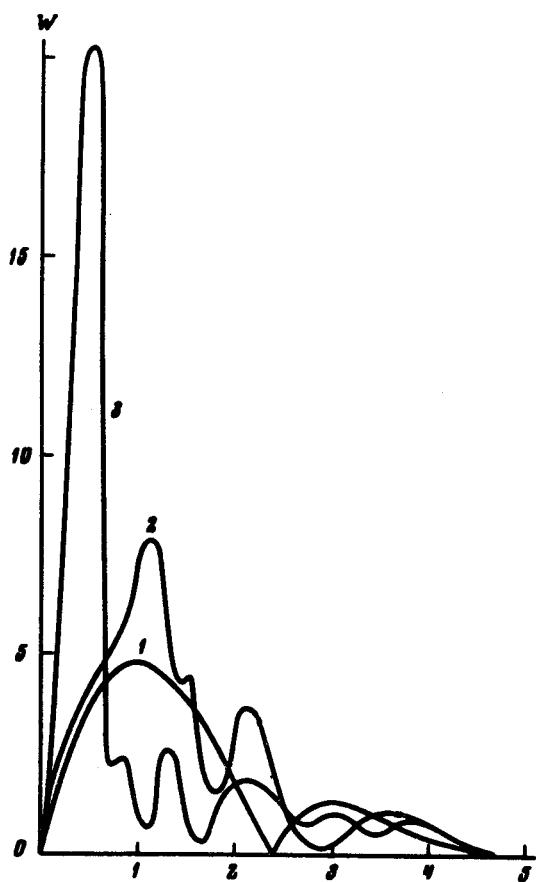


Рис. 2. Функция $W(r)$ ($m = 2$)
в моменты времени: 1 — $t = 0$,
2 — $t = 0,125$; 3 — $t = 0,19$
($H = -575$)

В нашем случае наиболее мощным стабилизирующим фактором является затухание Ландау плазменных волн. Действительно, можно показать [6], что уже при сравнительно малых интенсивностях (критерий обратен (6)) поперечный размер области локализации становится настолько малым, что происходит возбуждение колебаний в области $k r_H \sim 1$, либо $k r_d \sim 1$, где необходимо учитывать квазилинейные эффекты. Весьма естественно ожидать при этом появления большого числа быстрых частиц.

Авторы благодарны В.Е.Захарову и А.М.Рубенчику за обсуждение.

Литература

- [1] В.Е.Захаров. ЖЭТФ, 62, 1745, 1975.
 - [2] Л.М.Дегтярев, В.Е. Захаров. Препринт ИПМ №106, 1974.
 - [3] А.А.Галеев, Р.З.Сагдеев, Ю.С.Сигов, В.Д.Шапиро, В.И.Шевченко. ФП, 1, 10, 1975.
 - [4] W. Gekelman, R. L. Stenzel. University of California , PPG-227, MAY-1975.
 - [5] А.М.Рубенчик, И.Я.Рыбак, Б.И.Стурман. ЖЭТФ, 67, 1364, 1974.
 - [7] Б.И.Стурман. Препринт ИАЭ СО АН СССР 23-74. Новосибирск 1974; ФП в печати.
 - [7] A. Register. Phys. Rev. Lett., 28, 80, 1975.
 - [8] Е.А.Кузнецов. ЖЭТФ, 66, 2037, 1974.
-