Письма в ЖЭТФ, том 21, вып. 1, стр. 91 – 93 *5 января 1975 г.*

О СУЩЕСТВОВАНИИ ТЯЖЕЛЫХ ЧАСТИЦ В КАЛИБРОВОЧНЫХ ТЕОРИЯХ ПОЛЯ

Ю.С.Тюпкин, В.А.Фатеев, А.С.Шварц

В работе сформулированы условия существования тяжелых частиц в калибровочных теориях с произвольной односвязной компактной группой G. Подробно исследован случай октетного представления группы $SU(3)$.

В настоящей статье мы рассмотрим систему k скалярных полей ϕ_a и векторных полей Янга–Миллса A^i_μ, описываемую лагранжианом:

$$L = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}\,F_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\nabla_\mu \phi_a \nabla_\mu \phi_a - V(\phi)$$

(поля ϕ_a преобразуются по k-мерному унитарному представлению односвязной компактной группы G, поля $A_\mu = (A_\mu^1, \ldots, A_\mu^m)$ – принимают значения в алгебре Ли группы G, $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu - ie[A_\mu, A_\nu]$, ∇_μ – ковариантная производная, $V(\phi)$ – G – инвариантная функция).

В случае, когда ϕ_a преобразуется по трехмерному представлению группы $SU(2)$, $V(\phi) = c(\phi_a\phi_a - F^2)^2$, в работах [1] и [2] было показано, что в такой теории, кроме обычных частиц, существуют тяжелые частицы, названные в [1] экстремонами. Здесь мы укажем условия существования таких частиц для произвольной группы G и подробно исследуем случай октетного представления группы $SU(3)$. Из нашего условия следует, в частности, что в ситуации, когда только одно векторное поле не приобретает массы (имеется один фотон), существует один экстремон (монополь).

Будем называть классическим вакуумом точку k-мерного пространства, в которой достигается минимум функции $V(\phi)$ (этот минимум считаем равным нулю); совокупность всех классических вакуумов обозначим через R. Предположим, что из одного классического вакуума можно получить любой другой с помощью преобразования группы G, т. е. группа G действует на R транзитивно (это означает, что вырождение вакуума полностью обусловлено действием группы). Стационарную подгруппу (то есть подгруппу, состоящую из преобразований, оставляющих на месте фиксированный классический вакуум) обозначим через H. Случай, когда только одно из векторных полей не приобретает массы, соответствует $H = U(1)$. Оказывается, что достаточным условием существования экстремонов является неодносвязность подгруппы H; это же условие необходимо, если мы хотим, чтобы топологические соображения обеспечивали стабильность экстремона. Если $\pi_1(H)$ (фундаментальная группа группы H) имеет s образующих, то существует s стабильных экстремонов (определение гомотопических групп π_i см., например, в [3]).

В самом деле, экстремоны определены в [1] как состояния, при которых функционал энергии $\epsilon(\phi_a, A_\mu^j)$ достигает локального минимума. Если $\epsilon(\phi_a, A_\mu^j) < \infty$, то без существенного ограничения общности можно считать, что при $r \to \infty$ $\phi_a(\mathbf{r}) \approx \lambda_a(\mathbf{n})$, где $\mathbf{r} = r\mathbf{n}$, функция $\lambda(\mathbf{n}) = (\lambda_1(\mathbf{n}), \ldots, \lambda_k(\mathbf{n}))$ принимает значения в многообразии классических вакуумов R. Функция $\lambda(\mathbf{n})$ представляет собой отображение сферы S^2 в R и, значит, определяет элемент группы $\pi_2(R)$. Два состояния с конечной энергией тогда, и только тогда можно непрерывно перевести одно в другое, когда они определяют один и тот же элемент группы $\pi_2(R)$ (то есть пространство состояний с конечной энергией распадается на куски – компоненты связности – находящиеся во взаимно однозначном соответствии с элементами группы $\pi_2(R)$). Минимум энергии на данной компоненте связности может не достигаться, однако, элементы группы $\pi_2(R)$, соответствующие тем компонентам связности, на которых минимум достигается, составляют систему образующих группы $\pi_2(R)$. Теперь остается заметить только, что в силу простых топологических соображений $\pi_2(R) = \pi_2(G/H) = \pi_1(H)$. Если G не действует на R транзитивно, то топологическое условие существования экстремонов формулируется более сложно; заметим только, что в этом случае $\lambda(\mathbf{n})$ представляет собой отображение S^2 в одну из орбит группы G, лежащих в R.

Рассмотрим в качестве примера случай, когда ϕ_a преобразуется по октетному представлению группы $SU(3)$, а $V(\phi)$ – полином степени $\leqslant 4$ (такой выбор $V(\phi)$ обеспечивает перенормируемость теории). Если $V(0) > \min V(\phi)$, то можно доказать существование одного экстремона (если $V(\phi) \neq c_0 + c_1(\phi_a \phi_a) + c_2(\phi_a \phi_a)^2$, то $H = U(2)$, $\pi_1(H)$ имеет одну образующую и применимы высказанные выше соображения; в противном случае $R = S^7$ и группа $SU(3)$ не действует на R транзитивно, поэтому требуются дополнительные рассуждения). Этот экстремон может быть представлен в виде

$$\phi(\mathbf{r}) = a(r)\vec{\lambda}\mathbf{n} + B(r)\lambda_8,$$

$$A_i(\mathbf{r}) = \gamma(r)\epsilon_{ijl} n_j \lambda_l, \quad i = 1, 2, 3, \quad A_4(r) = 0$$

(здесь $\lambda_1, \ldots, \lambda_8$ – обычные генераторы $SU(3)$; $\vec{\lambda} = (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$). Для функций $a(r)$, $\beta(r)$, $\gamma(r)$ легко написать систему уравнений; удается строго доказать, что эта система имеет решение. (Строгое доказательство этого факта является новым и для группы $SU(2)$). Если $V(\phi)$– полином степени большей 4, возможен случай $H = U(1) \times U(1)$; тогда существуют два стабильных экстремона, которые могут быть записаны аналогичным образом.

Московский
инженерно-физический институт

Поступила в редакцию
20 ноября 1974 г.

Литература

[1] А.М.Поляков. Письма в ЖЭТФ, 20, 430, 1974.

[2] G't Hooft. Nucl. Phys., B79, 276, 1974.

[3] Ху Сы-цзян. Теория гомотопий. М., изд. Мир, 1964.