Письма в ЖЭТФ, том 21, вып.4, стр. 243 – 246 20 февраля 1975 г.

СУПЕРКАЛИБРОВОЧНАЯ ПЕРЕНОРМИРУЕМАЯ ТЕОРИЯ МАССИВНОГО ВЕКТОРНОГО ПОЛЯ

Е.П.Лихтман

Рассмотрена суперкалибровочная теория, в которой абелево массивное векторное поле взаимодействует с несохраняющимся током. Путем перехода к неунитарному представлению алгебры суперкалибровочных преобразований доказана перенормируемость унитарной S-матрицы на массовой оболочке.

В работах [1,2] рассмотрена суперкалибровочная теория массивного векторного поля, взаимодействующего с сохраняющимся током. В этой перенормируемой модели сокращаются все квадратичные расходимости в массовых операторах бозонных полей[1]. В связи с этим предложена

---

[1] Связь между перенормировкой массы и перенормировкой волновой функции в аналогичной модели получена в [3].

гипотеза, согласно которой группа суперкалибровочных преобразований может служить для расширения класса перенормируемых теорий. В настоящей работе рассмотрена перенормируемая суперкалибровочная модель, которая за счет сокращения расходимостей на массовой оболочке оказывается перенормируемой.

Алгебра генераторов суперкалибровочных преобразований имеет следующий вид [1,2]:

$$[W, \bar{W}]_+ = \overset{+}{\gamma}_\mu P_\mu, \quad [W, W]_+ = [\bar{W}, \bar{W}]_+ = 0,$$

$$[P_\mu, W]_- = [P_\mu, \bar{W}]_- = 0, \tag{1a}$$

$$\bar{W} = W^+\gamma_0, \tag{1б}$$

где P_μ — генератор четырехмерных трансляций, W и $\bar{W}$ — генераторы спинорных трансляций[2)], $\overset{\pm}{\gamma}_\mu = \overset{\pm}{S}\gamma_\mu$, $\overset{\pm}{S} = 1/2\ (1 \pm \gamma_5)$ и $\gamma_5^2 = 1$. В качестве примера неперенормируемой теории в рамках алгебры [1], мы рассмотрим модель, в которой массивное векторное поле взаимодействует с несохраняющимся током. Такая модель получится, если рассмотреть самодействие мультиплета, состоящего из скалярного, спинорного и векторного полей. Простейшее суперинвариантное взаимодействие этих полей описывается следующим лагранжианом:

$$L = \int L_0\, d^3x + g\int L_1\, d^3x + g^2\int L_2\, d^3x,$$

$$L_0 = 1/2\,(\partial_\alpha\chi)^2 - 1/2\ \mu^2\chi^2 + i/2\,\bar{\psi}\gamma_\alpha\overleftrightarrow{\partial}_\alpha\psi - \mu\bar{\psi}\psi$$

$$-\ 1/4\ (\partial_\alpha A_\beta - \partial_\beta A_\alpha)^2 + 1/2\,\mu^2 A_\alpha^2,$$

$$L_1 = \bar{\psi}\bar{\gamma}_\alpha\psi A_\alpha - \bar{\psi}\psi\chi + \mu A_\alpha^2\chi - 1/2\ \mu\chi^3,$$

$$L_2 = 1/2\,A_\alpha^2\chi^2 - 1/8\,\chi^4. \tag{2}$$

Нелинейность суперкалибровочных преобразований, задаваемых операторами W и $\bar{W}$, приводит к появлению в гамильтониане (и лагранжиане) членов, четырехлинейных по операторам поля, что затрудняет исследование расходимости матричных элементов S-матрицы. Эти члены можно исключить, если сделать замену переменных, превращающую оператор W (но не $\bar{W}$) в линейный оператор:

$$B'_\alpha = A_\alpha - i\,\partial_\alpha\chi(\mu + g\chi)^{-1}, \qquad \chi' = \chi + \frac{g}{2\mu}\chi^2,$$

$$\overset{+}{S}\psi' = \overset{+}{S}\psi\left(1 + \frac{g}{\mu}\chi\right), \qquad \bar{S}\psi' = \bar{S}\psi,$$

$$\psi'\bar{S} = \bar{\psi}\bar{S}\left(1 + \frac{g}{\mu}\chi\right)^{-1}, \qquad \bar{\psi}'\overset{+}{S} = \bar{\psi}\overset{+}{S}. \tag{3}$$

2) Классификация расширений алгебры генераторов группы Пуанкаре биспинорными генераторами дана в [2], [4]. Перестановочные соотношения для майорановского спинора $Q = W + C\bar{W}^T$ в случае алгебры [1] выписаны в [3].

При этом мы отказываемся от требования (1 б), т.е. переходим к неунитарному представлению суперкалибровочной алгебры. В этом представлении лагранжиан имеет следуюший вид

$$L' = \int L_0' d^3x + g\int L_1' d^3x \,. \qquad (4)$$

$$L_0' = {}^i\!/\!{}_2\, \bar{\psi}' \gamma_a \overleftrightarrow{\partial}_a \psi' - \mu \bar{\psi}' \psi' - {}^1\!/\!{}_2\, \mu^2 (\chi')^2 -$$

$$- {}^1\!/\!{}_4 (\partial_a B'_\beta - \partial_\beta B'_a)^2 + {}^1\!/\!{}_2\, \mu^2 (B'_a)^2 + i\mu \partial_a \chi' B'_a \,, \qquad (4.\text{а})$$

$$L_1' = \bar{\psi}' \bar{\gamma}_a \psi' B'_a - 2\psi' \bar{S}' \psi' \chi' + \mu (B'_a)^2 \chi' , \qquad (4.\text{б})$$

причем

$$L_0'(\chi', \psi', A_a') = L_0(\chi', \psi', A_a') \,, \qquad (5)$$

$$A_a' = B_a' + {}^i\!/\!{}_\mu\, \partial_a \chi' , \qquad (6)$$

Совокупность преобразований (3) и (6) удовлетворяет требованиям теоремы эквивалентности и, следовательно, не изменяет перенормированную S-матрицу на массовой оболочке [5]. Поэтому S-матрица на массовой оболочке, выраженная через поля χ', ψ' и A'_a, унитарна, несмотря на неэрмитовость лагранжиана взаимодействия (4. б).

Перейдем к подсчету расходимостей в теории с лагранжианом [4]. Заметим, что максимальная степень импульса в числителе пропагаторов не выше единицы. Кроме того, таких пропагаторов в произвольной диаграмме не больше числа вершин. Это означает, что рассматриваемая теория по индексу расходимости относится к перенормируемым теориям. Применение тождеств Уорда позволяет исследовать структуру расходимостей матричных элементов S-матрицы и ввести перенормированные величины (штрихи у полей опущены) :

$$\chi^R = Z^{1/2} Z^{-1/2} \chi , \qquad B_a^R = Z_2^{-1/2} B_a$$

$$\overset{+}{S} \psi^R = Z^{1/2} Z_2^{-1/2} \overset{+}{S} \psi , \qquad \bar{\psi}^R \bar{S} = Z^{-1/2} Z_2^{-1/2} \bar{\psi} \bar{S} ,$$

$$\bar{S} \psi^R = Z_2^{-1/2} \bar{S} \psi , \qquad \bar{\psi}^R \overset{+}{S} = Z_2^{-1/2} \bar{\psi} \overset{+}{S} .$$

$$\mu_R = Z^{-1/2} \mu , \qquad g_R = g Z_2^{3/2} Z_1^{-1} \qquad (7)$$

После замены переменных (7) лагранжиан (4) принимает следующий вид:

$$L' = Z_2 \int L_0' d^3x + Z_1 g_R \int L_1' d^3x + (Z-1) Z_2 \int \Delta L' d^3x ,$$

$$\Delta L_0' = {}^1\!/\!{}_2 (\mu_R)^2 (B_a^R)^2 - \mu_R \bar{\psi}^R \bar{S} \psi^R ,$$

причем в L_0' и L_1' аргументы χ, ψ, B_a и μ заменены на χ^R, ψ^R, B_a^R и μ_R.

В рассмотренном доказательстве перенормируемости не использовался факт, что модель с лагранжианом (2) можно рассматривать как спонтанно нарушенную калибровочную модель специального вида в унитарной калибровке. Таким образом, суперсимметрия позволяет по новому взглянуть на перенормируемость теории массивного векторного поля. Кроме того, суперсимметрия приводит к большому числу соотношений между константами связи, чем это имеет место в калибровочных моделях. В частности, как видно из формулы (2), возникает соотношение между аксиальной и векторной константами связи, т.е. нарушение P-инвариантности теории.

Автор благодарен Ю.А.Гольфанду и И.В.Тютину за интерес и внимание к работе.

Физический институт
им. П.Н.Лебедева
Академии наук СССР.

Поступила в редакцию
25 декабря 1974 г.

Литература

[1] Ю.А.Гольфанд, Е.П.Лихтман. Письма в ЖЭТФ, 13, 452, 1971.

[2] Ю.А.Гольфанд, Е.П.Лихтман. Проблемы теоретической физики. Сборник статей, посвященный памяти И.Е.Тамма, М., изд.Наука 1972.

[3] J.Wess, B.Zumino. Phys.Lett., 49 B, 52, 1974.

[4] Е.П.Лихтман. Краткие сообщения по физике, № 5, 33, 1971.

[5] Р.Э.Каллош, И.В.Тютин. ЯФ, 17, 190, 1973.