Письма в ЖЭТФ, том 21, вып. 5, стр. 271 – 274 5 марта 1975 г.

О ДОМЕННОЙ СТРУКТУРЕ ВАКУУМА

И.В.Криве, Е.М.Чудновский

Исследована периодическая доменная структура вакуума и спектр частиц при спонтанном нарушении дискретной симметрии.

В последнее время в ряде моделей теории поля со спонтанно нарушенной симметрией рассматривались неоднородные решения для вакуума, минимизирующие энергию [1, 2]. В [1] показано, что для скалярного (псевдоскалярного) поля ϕ с лагранжианом

$$L = -\frac{1}{2}\left(\frac{\partial \phi}{\partial x_\mu}\right)^2 - C(\phi^2 - \sigma^2)^2, \qquad C > 0 \tag{1}$$

помимо однородного вакуумного состояния $\phi_h = \pm\sigma$, возможно неоднородное стационарное решение $\phi_u = \sigma\,\mathrm{th}\frac{\mu x}{\sqrt{2}}$, (где $\mu^2 = 4C\sigma^2$), соответствующее локальному минимуму энергии. Интерес к подобного рода моделям связан с тем, что лагранжиан (1) можно использовать, в частности, для описания спонтанного нарушения CP-инвариантности вакуума [3, 1].

Образование доменной стенки в [1] связывается с независимостью знака аномального вакуумного среднего ϕ_h в причинно несвязанных областях Вселенной при фазовом переходе в упорядоченное состояние (с $\phi \neq 0$). Из этих же соображений оценивается размер домена.

В связи с этим заметим, что уравнение движения, соответствующее лангранжиану (1), допускает стационарные решения

$$\phi_0 = \sigma\left(\frac{2k^2}{1 + k^2}\right)^{1/2} \mathrm{sn}\{a\,;\,k\} \tag{2}$$

($a = \mu(1 + k^2)^{-1/2}x$, k – модуль эллиптической функции, $0 < k^2 < 1$), описывающие периодическую доменную структуру вакуума с периодом

$$D = 2K(k)\,\mu^{-1}(1 + k^2)^{1/2}, \tag{3}$$

где $K(k)$ – полный эллиптический интеграл первого рода. В предельном случае $k = 1$ ϕ_0 переходит в ϕ_u.

Абсолютный минимум энергии всегда достигается на однородном вакууме $\phi_h^2 = \sigma^2$. Тем не менее, в процессе релятивистского фазового перехода [4] фазовая траектория термодинамической системы поля ϕ может пройти вблизи одного из состояний (2), которые при k, близких к единице, соответствуют локальному минимуму энергии. Выход из такого состояния может быть осуществлен только флуктуационным путем. Ниже мы показываем, что без учета флуктуаций время жизни периодической доменной структуры с $D >> \mu^{-1}$ может быть космологически велико.

Наличие периодической доменной структуры вакуума приводит к нетривиальным следствиям для спектра наблюдаемых частиц.

Малые отклонения ψ от вакуумного решения ϕ_0 удовлетворяют уравнению Ламе в форме Якоби [5]

$$\frac{d^2\psi}{d\,a^2} = \left\{6k^2 \mathrm{sn}^2 a + (1+k^2)\left(\frac{E^2 - q_\perp^2}{\mu^2} - 1\right)\right\}\psi, \tag{4}$$

где E – энергия квантов ϕ-поля. $q_\perp$ – импульс частицы в плоскости доменных стенок. Уравнение (4) имеет вид уравнения Шредингера с периодическим потенциалом. Его решениями являются блоховские функции

$$\psi = \frac{H(a+a_1)\,H(a+a_2)}{\theta^2(a)}\, e^{iqx}, \tag{5}$$

где $H(a)$, $\theta(a)$ – "эта" и "тэта" функции Якоби; a_1, a_2 – параметры, являющиеся функциями E и q (см. [5]).

Зонная структура спектра $E(q)$ определяется трансцендентными параметрическими уравнениями в эллиптических функциях. Вид закона дисперсии частиц приведен на рис. 1. При этом

$$m_1^2(k) = \frac{3}{1+k^2}\,; \quad m_2^2(k) = \frac{6k^2}{(1+k^2)(1+k^2-\sqrt{1-k^2+k^4})} - 1 \tag{6}$$

$$\epsilon_1^2(k) = k^2 m_1^2(k); \quad \epsilon_0^2(k) = \frac{6k^2}{(1+k^2)(1+k^2+\sqrt{1-k^2+k^4})} - 1\,. \tag{7}$$

Как видно из рис. 1, в вакууме с периодической доменной структурой может существовать три вида частиц. При $q_\parallel = \dfrac{2\pi}{D}$ кривая $E(q)$ терпит разрыв, соответствующий области запрещенных энергий. Разрывы энергии при переходе в более высокие зоны Бриллюэна отсутствуют.

Частицы, описываемые верхней ветвью спектра, в области больших импульсов ($qD >> 1$) имеют релятивистский закон дисперсии.

Наличие ветви возбуждений с $E^2 < 0$ соответствует неустойчивости периодической доменной структуры для длинноволновых возмущений ($q_\parallel D < \pi$). При $D >> \mu^{-1}$ время распада периодической доменной структуры $\tau = |\epsilon_0|^{-1}$ определяется выражением

$$\tau = \sqrt{\frac{3}{320}}\,\mu^{-1}\exp\frac{D\mu}{\sqrt{2}}\,. \tag{8}$$

Поскольку характерная масса μ не может быть существенно меньше нескольких $Гэв$ [1], доменные структуры с $D \gtrsim 10^{-11}$ *см* можно считать относительно устойчивыми, так как время τ в этом случае космологически велико. Разумеется, истинное время жизни периодической доменной структуры может быть значительно меньше, вследствие ее флуктуационного перехода в однородное состояние ϕ_h.

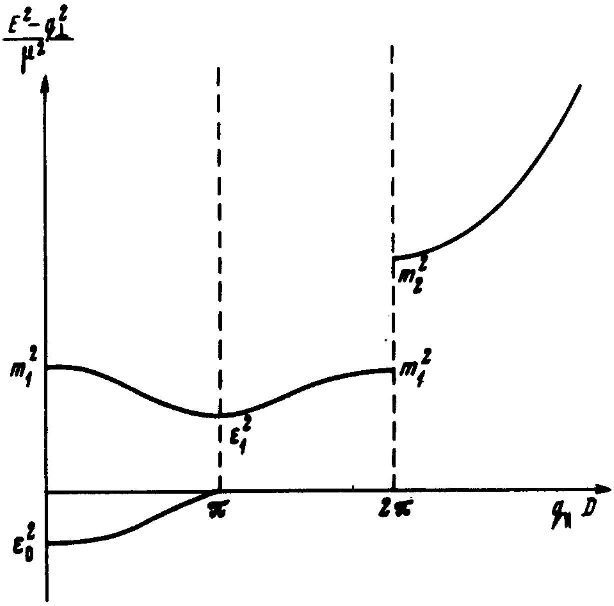

Рис.1.

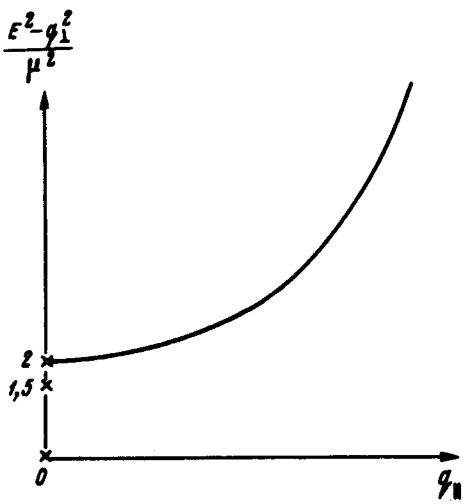

Рис.2.

В предельном случае одной доменной стенки ($k = 1$, $D = \infty$) спектр частиц изображен на рис. 2. На оси ординат отмечены предельные значения масс. (Эти значения получены в работе [2]). Законы дисперсии частиц в этом случае имеют вид

$$\epsilon_0^2 = q_\perp^2 \tag{9}$$

$$\epsilon_1^2 = m_1^2 + q_\perp^2 \tag{10}$$

$$\epsilon_2^2 = m_2^2 + q_\perp^2 + s^2 q_\parallel^2 \tag{11}$$

где

$$s = \begin{cases} \frac{1}{2}, & q_\parallel \ll \mu \\ 1, & q_\parallel \gg \mu . \end{cases} \tag{12}$$

Значение массы $m_2(l)$ совпадает с массой возбуждений над однородным вакуумом ϕ_h.

Появление безмассовой ветви колебаний (9), распространяющихся вдоль доменной стенки, связано со спонтанным нарушением трансляционной инвариантности вакуума.

В заключение отметим, что возникновение неоднороной периодической структуры вакуума, отвечающей абсолютному минимуму энергии, возможно при взаимодействии комплексного поля с калибровочными полями. Такая ситуация, имеющая место в сверхпроводниках второго рода [6], в настоящее время исследуется авторами на конкретных калибровочно-инвариантных моделях слабого и электромагнитного взаимодействия.

Авторы благодарны А.И.Ахиезеру за обсуждение результатов и и ценные советы.

Харьковский государственный университет им. А.М.Горького

Поступила в редакцию 11 января 1975 г.

Литература

[1] Я.Б.Зельдович, И.Ю.Кобзарев, Л.Б.Окунь. ЖЭТФ, 67, 3, 1974; Препринт ИПМ, 15, М., 1974.

[2] А.М.Поляков. Письма в ЖЭТФ, 20, 430, 1974.

[3] T.D.Lee. Phys. Rev., Д8, 1226, 1973.

[4] Д.А.Киржниц, А.Д.Линде. ЖЭТФ, 67, 1263, 1974.

[5] Э.Т.Уиттекер, Дж.Н.Ватсон. Курс современного анализа, М., Физматгиз, т. 11, 1963.

[6] А.А.Абрикосов. ЖЭТФ, 32, 1442, 1957.