Письма в ЖЭТФ, том 21, вып.6., стр 321 – 325 20 марта 1975 г.

О МНОГОВОЛНОВЫХ РАСПАДНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ

И.А.Кольчугина, А.Г.Литвак, И.В.Хазанов

Исследуется стабилизация параметрической неустойчивости когерентных колебаний плазмы в случае, когда перекачка энергии из области неустойчивости в область диссипации осуществляется с помощью динамических распадных процессов.

В ряде работ [1 – 4] рассматривалась стабилизация параметрической неустойчивости из-за спектральной перекачки плазменных колебаний из области неустойчивости в область столкновительной диссипации в предположении, что основным процессом перекачки плазмонов является индуцированное рассеяние на ионах. Известно, что в неизотермической плазме более низкопороговыми являются распадные процессы взаимодействия волн с участием слабозатухающих ионнозвуковых колебаний. В отличие от индуцированного рассеяния волн на частицах, при рассмотрении распадов в поле когерентной накачки необходимо учитывать фазовые соотношения взаимодействующих волн, что существенно усложняет задачу. В данной работе исследуется возможность стабилизации параметрической неустойчивости когерентных плазменных колебаний в результате динамической распадной перекачки их энергии в область диссипации.

Рассмотрим тонкий слой плазмы, помещенный в однородное высокочастотное поле $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{i\omega t}$, с вектором электрического поля, параллельным границе слоя, и частотой, близкой к плазменной, $\omega \approx \omega_{pe}$. Если амплитуда внешнего поля больше порогового, в плазме в результате распадной неустойчивости возбуждаются высокочастотные ленгмюровские колебания с частотой ω_0 и волновым вектором $\mathbf{k}_0$ и низкочастотная ионнозвуковая волна (Ω_1, $\vec{\kappa}_1$), распространяющиеся в направлении $\mathbf{E}_o$, причем выполнены условия синхронизма

$$\omega = \omega_o + \Omega_1, \qquad \mathbf{k}_o = -\vec{\kappa}_1. \tag{1}$$

Нарастающая высокочастотная плазменная волна, в свою очередь, может распадаться на встречную ленгмюровскую (ω_1, $\mathbf{k}_1$) и новую низкочастотную волну (Ω_2, $\vec{\kappa}_2$)

$$\omega_o = \omega_1 + \Omega_2, \quad \mathbf{k}_o = \mathbf{k}_1 + \kappa_2 . \tag{2}$$

Затем в результате последующих распадов и слияния высокочастотных и низкочастотных волн могут появиться волны с частотами $\omega_{\pm n} = \omega_o \pm n\,\Omega_2$ (n – целое число) и соответствующими волновыми векторами $\mathbf{k}_{\pm n} = \mathbf{k}_o \mp n\vec{\kappa}_2$. Эти высокочастотные волны также являются собственными колебаниями плазмы[1], если выполнено условие $k_o r_d \gg \frac{2n}{3}\sqrt{\frac{m}{M}}$, т. е. при этом условии можно предположить, что "распадная" перекачка плазмонов осуществляется при посредстве одной низкочастотной волны[2].

Исходную систему уравнений для комплексных амплитуд взаимодействующих волн представим в виде

$$\frac{da_o}{d\tau} = -a_o + Fb_1^* + a_1 b_2^* - a_{-1} b_2,$$

$$\frac{da_n}{d\tau} = -a_n + a_{n+1} b_2^* - a_{n-1} b_2,$$

$$\frac{db_1}{d\tau} = -\delta_1 b_1 + Fa_o^*,$$

$$\frac{db_2}{d\tau} = -\delta_2 b_2 + \sum_n a_n^* a_{n+1} . \tag{3}$$

Здесь $a_n = u_n \beta/\gamma_o$, $b_n = v_n \beta/\gamma_o$, $F = u_{\text{Н}} \beta/\gamma_o$, u_n, v_n, $u_{\text{Н}}$ – соответственные амплитуды высокочастотных и низкочастотных волн и волны накачки, $\tau = \gamma_o t$ – безразмерное время, $\delta_n = \Gamma_n/\gamma_o$, $\gamma_n = \gamma_o$ и Γ_n – декременты затухания высокочастотных и низкочастотных волн, $\beta_n = \beta$ – коэффициенты распадного взаимодействия, которые считаем не зависящими от номера n.

---

[1] Мы не учитываем вынужденных плазменных колебаний, возникающих при взаимодействии с низкочастотной волной (Ω_1, $\vec{\kappa}_1$).

[2] Более детально условия применимости такого приближения мы предполагаем выяснить с помощью численного исследования системы уравнений, описывающей одномерную динамическую ленгмюровскую турбулентность [6].

Система уравнений (3) отличается от консервативной системы, рассмотренной в [5], наличием отрицательного поглощения в нулевой гармонике и диссипации во всех остальных волнах. Эту систему можно использовать как модельную и в других задачах о стабилизации неустойчивости когерентных колебаний путем "распадной" перекачки по спектру.

Анализ решений (3), выполненный с помощью метода производящей функции, показывает, что упрощенная система (3) не имеет стационарных решений,[1] т. е. суммарная энергия высокочастотных волн неограниченно растет во времени $\sum_n |a_n|^2 \to \infty$. Поэтому для выяснения возможности стабилизации параметрической неустойчивости необходимо учесть дополнительные факторы, такие как зависимость коэффициентов взаимодействия β_n от номера гармоники n, нарушение синхронизма взаимодействующих волн, зависимость декрементов затухания волн от амплитуд и т. д. Какой из этих факторов является определяющим, зависит от конкретной физической системы, которой сопоставлены модельные уравнения. В рассматриваемом нами случае распадной неустойчивости ленгмюровских колебаний наиболее существенным оказывается учет взаимодействия низкочастотных волн, так как в силу кинематических условий (1), (2) ионнозвуковая волна b_2 является второй гармоникой волны b_1: $\kappa_2 = 2\kappa_1$, $\Omega_2 = 2\Omega_1$. Учитывая это взаимодействие и вводя производящую функцию $\phi = \sum_n a_n e^{in\phi}$, получаем следующую систему уравнений

$$\frac{d\Phi}{d\tau} = -\Phi + Fb_1^* + b_2^*\Phi e^{-i\phi} - b_2\Phi e^{i\phi},$$

$$\frac{db_1}{d\tau} = -\delta_1 b_1 + F\langle\Phi^*\rangle - \mu_1 b_1^* b_2, \tag{4}$$

$$\frac{db_2}{d\tau} = -\delta_2 b_2 + \langle\Phi\Phi^* e^{-i\phi}\rangle + \mu_2 b_1^2$$

Здесь скобки $\langle\ \rangle$ обозначают усреднение по ϕ, μ_1 и μ_2 – коэффициенты нелинейного взаимодействия.

Аналитические выражения для стационарных состояний системы (3) можно получить лишь в некоторых предельных случаях.

1. При условии $\mu_1 F^2/2\delta_1^2 \ll 1$ имеем

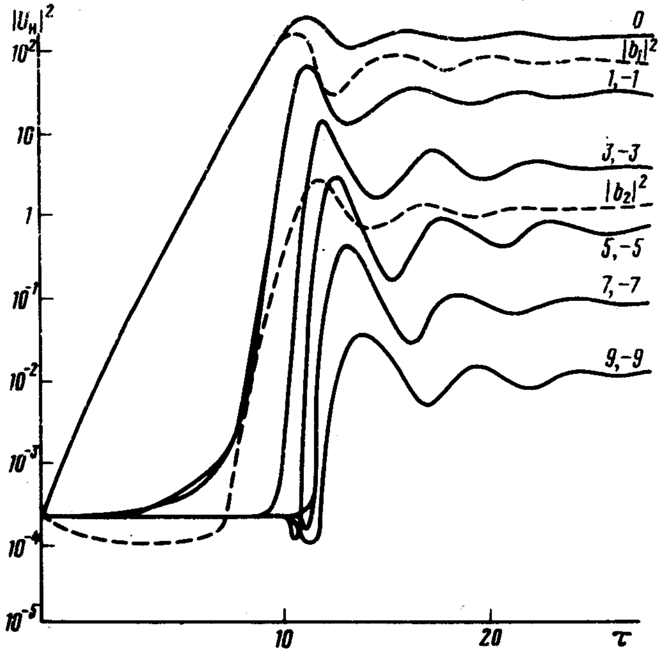
$$|b_1|^2 = \frac{\delta_2}{\mu_2}\,\frac{\sqrt{F^4-\delta_1^2}}{2\delta_1}, \qquad |b_2|^2 = \frac{F^4-\delta_1^2}{4\delta_1^2}, \tag{5}$$

[1] Такие стационарные состояния появляются, если в уравнение (3) ввести малые шумовые источники.

$$|a_n|^2 = \frac{\delta_1\delta_2}{2\mu_2}\ \frac{\sqrt{F^4-\delta_1^2}}{F^2}\left(\frac{F^2-\delta_1}{F^2+\delta_1}\right)^{|n|},\quad \mu_2 = \frac{\mu_1}{16},\quad \mu_1 = k_0 r_d\sqrt{m/M},$$

т. е. спектр симметричен относительно нулевой гармоники $n = 0$ и быстро спадает при увеличении $|n|$. При амплитуде накачки, близкой к пороговой ($F^2 - \delta_1 << \delta_1$) можно получить следующее выражение для полной энергии высокочастотных волн

$$\frac{W_\Sigma}{NT_e} = 16\pi\frac{m}{M}\left(\frac{E_{\text{нак}} - E_{\text{пор}}}{E_{\text{пор}}}\right)^{1/2} \tag{6}$$



2. При сильном превышении порога ($F^2 >> \delta_1$) и дополнительных условиях $\frac{\sqrt{\mu_1}F}{\delta_1} >> 1$, $F^2 >> \mu_1$ получаем

$$|a_n|^2 = \frac{\delta_2\sqrt{\mu_1}F}{2\sqrt{2}\mu_2}\left(1 - \frac{\sqrt{2\mu_1}}{F}\right)^{|n|},$$

$$\frac{W_\Sigma}{NT_e} = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\ \frac{\omega_{pe}}{\gamma_l}\sqrt{\frac{m}{M}}\ \frac{E^2_{\text{нак}}}{2\pi NT_e} \approx 8\pi\frac{m}{M}\ \frac{E^2_{\text{нак}}}{E^2_{\text{пор}}}. \tag{7}$$

Численное исследование временной эволюции решений системы (4) показало, что с течением времени эти решения приближаются к найденным выше стационарным состояниям (см. рисунок).

Полученные соотношения могут быть использованы для оценок эффективности аномальной диссипации энергии электромагнитной волны при распадной параметрической неустойчивости. В частности, из них получаем. что при амплитудах накачки существенно превышающих пороговую, происходит насыщение эффективной частоты столкновений

$$\nu_{eff} = \frac{8\sqrt{\pi}}{\sqrt{2}}\,\omega_{pe}\sqrt{\frac{m}{M}} .$$

Авторы признательны Е.И.Якубовичу за полезные обсуждения.

Научно-исследовательский
радиофизический институт

Поступила в редакцию
6 января 1975 г.

Литература

[1] E. J. Valeo, W. L. Kruer. Phys. Fluids, **16**, 675, 1973.

[2] Н.А.Митяков, В.О.Рапопорт, В.Ю.Трахтенгерц. Геомагнетизм и аэрономия, **4**, вып. 1, 1974.

[3] В.Е.Захаров, С.Л.Мушер, А.М.Рубенчик. Письма в ЖЭТФ, **19**, 249, 1974.

[4] Н.Е.Андреев, В.В.Пустовалов, В.П.Силин, В.Т.Тихончук. Письма в ЖЭТФ, **18**, 624, 1973.

[5] А.С.Бакай. ЖЭТФ, **55**, 266, 1968.

[6] А.Г.Литвак, В.Ю.Трахтенгерц, Т.Н.Федосеева, Г.М.Фрайман. Письма в ЖЭТФ, **20**, 544, 1974.