

ОПТИМАЛЬНОЕ СЖАТИЕ ПЛАЗМЫ В Z И Θ-ПИНЧЕ

С.К. Жданов, Б.А. Трубников

Показана возможность адиабатического сжатия однородной плазмы не сопровождающегося развитием ударных волн. Найдены законы оптимального нарастания внешнего магнитного поля (Θ-пинч) и продольного тока (Z-пинч).

Для получения сверхвысокоплотной плазмы при лазерном нагреве мишени или в Z- и Θ-пинчах необходимо специально профилировать во времени импульс сжатия. При этом оптимальный режим достигается в условиях, когда в среде не развиваются ударные волны (УВ) и мала скорость распространения тепловых волн (ТВ), т. е. отсутствует предварительный прогрев, затрудняющий сжатие.

Задача оптимизации лазерного эксперимента изучалась ранее в [1] для сжатия веществ с уравнениями состояния $p \sim \rho^\gamma$, причем исследованы лишь случаи $\gamma = 5/3$ и $\gamma = 3$. В данной работе рассматривается адиабатическое сжатие бесконечного цилиндрического столба плазмы конечной массы с целью определения оптимальных законов нарастания продольного тока $I(t)$ и внешнего магнитного поля $B_e(t)$ в Z- и Θ-пинче. Если внутреннее магнитное поле B_i плазмы не равно нулю, параллельно оси столба и выполнено условие замороженности, то при использовании известной двумерной адиабаты [2] поперечное сжатие может быть сведено к гидродинамическому адиабатическому течению, но с показателем адиабаты $\gamma = 2$ [3]. При этом достаточно вместо "поперечного" по отношению к полю давления плазмы p_\perp ввести давление $p = p_\perp + B_i^2 / 8\pi$. Таким образом, случай $\gamma = 2$ представляет особый интерес для плазменных пинчей. Следует также отметить, что в отличие от ранее изученных степенных законов изменения параметров столба [4], когда скорость плазмы пропорциональна расстоянию от оси, найдены законы оптимального сжатия первоначально покоящейся однородной плазмы.

Итак, рассмотрим бесдиссипативное адиабатическое сжатие столба плазмы. При произвольном γ оно описывается уравнениями (здесь и далее предполагается цилиндрическая симметрия, индексом "0" помечены начальные значения величин):

$$v \equiv \left(\frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial r} \right) v = - \frac{2}{\gamma - 1} c \frac{\partial c}{\partial r}; \quad \frac{2}{\gamma - 1} \frac{\dot{c}}{c} = - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r v, \quad (1)$$

где r – эйлера координата; $v = \dot{r}$, $c = \sqrt{\gamma P / \rho}$, ρ , p – скорость звука, плотность и давление. Пусть сжатие начинается в момент времени $t = 0$ и закон движения внешней границы $R(t)$, тогда дополнительные условия

$$v(r, 0) = 0; \quad c(r, 0) = c_0; \quad v(R(t), t) = \dot{R}(t); \quad R(0) = R_0. \quad (2)$$

Если $R(t)$ подобрано так, чтобы УВ развивалась в такой момент времени $t_1 = R_0 / c_0$, когда $R(t_1) = 0$, то во-первых, данное $R(t)$ оптимально в указанном выше смысле, а во-вторых, течение, которое отлично от начального в области $R_{\Phi}(t) \leq r \leq R(t)$, где $R_{\Phi}(t) = c_0(t_1 - t)$ — закон движения фронта звуковой волны, является автомодельным [1]. Поэтому достаточно решений уравнений (1) вида $v(r, t) = v(\xi)$, $c(r, t) = c(\xi)$, где $\xi = r/(t_1 - t)$, при дополнительных условиях

$$v(R_{\Phi}(t), t) = 0; \quad c(R_{\Phi}(t), t) = c_0. \quad (3)$$

Удобно полную систему уравнений, описывающих задачу, записать для функций $z(t)$, $y(t)$ и $\xi(t)$, определяемых соотношениями $\xi(t) = R(t)(t_1 - t)^{-1}$; $v(\xi(t)) = -\xi(t)y(t)$; $c(\xi(t)) = \xi(t)(1 - y)\sqrt{1 + z(t)}$. Используя условия (3) и соотношение

$$\frac{2y}{(\xi)^{\gamma-1} (1-y)} \frac{\gamma+1}{\gamma-1} \frac{1}{(1+z)^{\gamma-1}} = \frac{A}{(t_1 - t)^2}; \quad A = t_1^2 (c_0)^{\gamma-1},$$

являющееся следствием сохранения полной сжимаемой массы, находим ($0 \leq t \leq t_1$):

$$\frac{d}{dt} y = -2 \frac{y(1-y)}{t_1 - t} \frac{z + 1/2}{z}, \quad y(0) = 0,$$

$$\frac{d}{dt} z = -2 \frac{1+y}{t_1 - t} \left[z + \frac{\gamma+1}{2} \frac{y}{1+y} \right] \frac{z+1}{z}, \quad z(0) = 0. \quad (4)$$

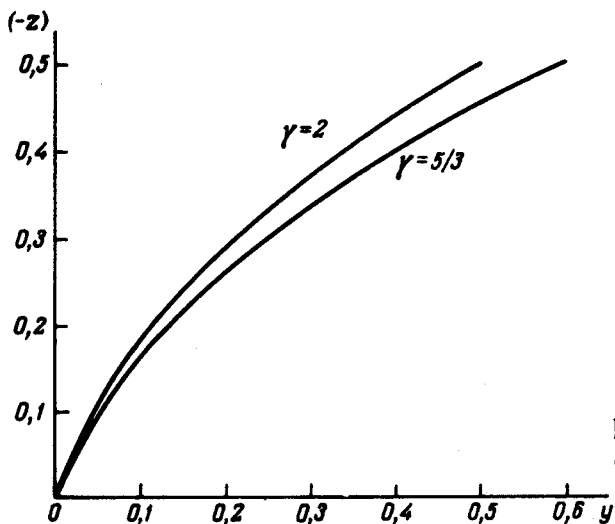


Рис. 1. Оптимальные траектории $z(y)$ системы (4)

Как показывает анализ траекторий $z(y)$ системы (4), существует единственная траектория (см. рис. 1), начинающаяся в точке $(z = 0, y = 0)$ при $t = 0$ и входящая в точку $(z = -1/2, y = 1/\gamma)$ при $t = t_1$, обеспечивающая $R(t_1) = 0$ и тем самым оптимальная.

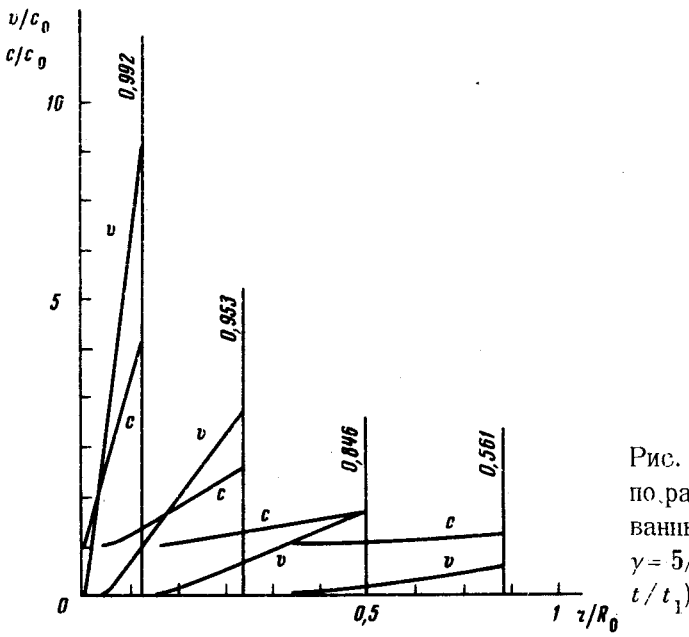


Рис. 2. Профили скоростей по радиусу шнура в фиксированные моменты времени, $\gamma = 5/3$ (параметр кривых t/t_1)

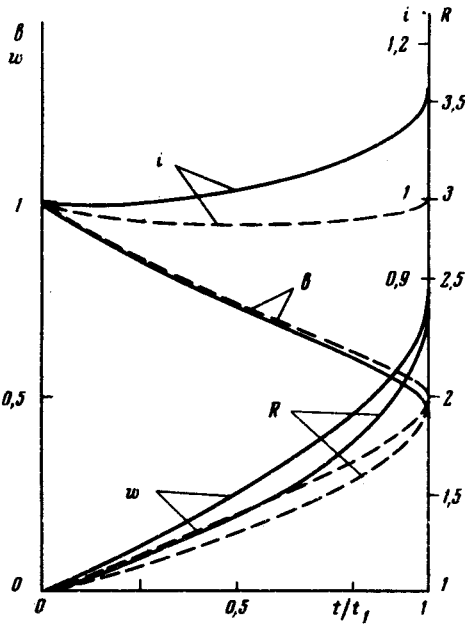


Рис. 3. Изменение во времени радиуса шнура $R(t)$, внешнего поля $B_e(t)$, тока $I(t)$ и мощности $W(t)$ в оптимальном режиме (сплошные кривые — $\gamma = 5/3$, штриховые — $\gamma = 2$). Обозначения:

$$R = \frac{R(t)}{R_0} (1 - t/t_1)^{-1/\gamma} \quad w = \frac{W(t)}{W_0} (1 - t/t_1)^{(3\gamma - 2)/\gamma}$$

$$i = \frac{I(t)}{I_0} (1 - t/t_1)^{(\gamma - 1)/\gamma} \quad ; \quad b = \frac{B_e(t)}{B_{e0}} (1 - t/t_1)$$

Для определения законов нарастания внешнего поля $B_e(t)$ и тока $I(t)$ в случае скинированных пинчей достаточно воспользоваться условием равновесия давлений на внешней границе $B_e^2 = 8\pi r$ и связью продольного тока с создаваемым им полем $I \sim B_e R$. Найденные таким образом с помощью численного интегрирования уравнений (4) для $\gamma = 5/3 (B_{i0} = 0)$ и $\gamma = 2 (B_{i0} \neq 0)$ оптимальные $I(t)$ и $B_e(t)$ представлены на рис. 3. Здесь же показаны законы изменения радиуса пинча $R(t)$ и вкладываемой мощности

$$\frac{W}{W_0} = \left[\left(\frac{c}{c_0} \right)^{\frac{2\gamma}{\gamma-1}} \left| -\frac{v}{c_0} \right| - \frac{R}{R_0} \right]_{r=R(t)}$$

Рассмотрим влияние конечной теплопроводности плазмы. Как извест-

но, коэффициент температуропроводности $\chi \sim \frac{T^{5/2}}{n} \left(1 + \text{const} \frac{B_i^2 T^3}{n^2} \right)^{-1}$,

где T и n — температура и плотность числа частиц плазмы. В случае $B_i \equiv 0$, учитывая $p = nT \sim n^\gamma$, отсюда находим $\chi \sim (n)^{(5\gamma-7)/2}$. Следовательно, при $\gamma > 7/5$, χ , характеризующее скорость распространения ТВ, растет с плотностью. Поэтому учет теплопроводности может существенно изменить оптимальный режим сжатия. Если $B_i \neq 0$, то как показано выше, оптимальному варианту соответствует $p = nT \sim n^2$ и $B_i \sim n$, поэтому при $n \rightarrow \infty$ $\chi \sim 1/n^{3/2}$, т. е. при достаточно сильном начальном внутреннем магнитном поле ТВ могут быть "заморожены" и, следовательно, учет теплопроводности не дает существенного изменения найденного выше оптимального закона сжатия. Например, как показывают оценки, при начальной плотности дейтериевой плазмы $n_0 = 10^{15} \text{ см}^{-3}$, $p_{10}/n_0 \approx 27 \text{ эв}$, достаточно начального поля $B_{i0} \approx 10^2 \text{ гс}$, чтобы каждый сантиметр невозмущенной среды волна сжатия проходила на порядок быстрее ТВ.

В заключение авторы выражают благодарность С.И.Анисимову за ценные дискуссии при обсуждении постановки задачи.

Московский
инженерно-физический институт

Поступила в редакцию
8 февраля 1975 г.

Литература

- [1] С.И.Анисимов и др. Доклад на V Междунар конф. по физике плазмы и управляемому синтезу. Токио, ноябрь 1974 г.
- [2] G.F.Chew, M.L.Goldberger, F.E.Low. *Pros. Roy. Soc.*, A236, 112, 1956.
- [3] В.П.Коробейников, ПМТФ, №2, 47, 1960.
- [4] Н.В.Змитренко, С.П.Курдюмов. Режимы сжатия плазмы без ударных волн в задачах Z- и Θ -пинча. II междунар. конф. по теории плазмы, Киев. 28 октября — 1 ноября 1974 г. Сб. "Тепло и массоперенос", 8, 432, 1972, Минск; Препринты ИПМ АН СССР, М., №16, 1973, №19, 1974.