Письма в ЖЭТФ, том 21, вып.6, стр. 396 – 399 20 марта 1975 г.

МОДЕЛЬ АСИМПТОТИЧЕСКИ СВОБОДНЫХ МАССИВНЫХ ЧАСТИЦ

Б.Л.Воронов, И.В.Тютин

Предложена процедура построения теорий асимптотически свободных массивных частиц. Общая схема иллюстрируется на конкретном примере.

1.В настоящей статье предлагается процедура построения асимптотически свободных теорий с массивными частицами, которая состоит в следующем. Вначале выбирается лагранжиан L, описывающий взаимодействие калибровочных, спинорных и скалярных полей, который обладает дополнительной (к калибровочной) симметрией, что приводит к асимптотической свободе (конкретно, мы рассмотрим лагранжиан [1], обладающий калибровочной симметрией и супер симметрией [2]. Дополнительная симметрия может привести к невозможности механизма Хиггса (в выбранном нами лагранжиане все частицы безмассовые). Следующий шаг состоит в добавлении к L массовых членов, совместимых с калибровочной симметрией, но нарушающих дополнительную симметрию. Массовые члены для скалярных полей следует выбрать таким образом, чтобы произошло спонтанное нарушение калибровочной симметрии, так что *все* частицы станут массивными. При этом асимптотическая свобода в теории сохранится. Этот факт следует из утверждения о том, что все константы перенормировок не зависят от размерных параметров лагранжиана. Более точно это утверждение сформулировано в следующем пункте. В пункте 3 мы более подробно опишем модель, иллюстрирующую предлагаемую процедуру.

2.Рассмотрим лагранжиан перенормируемой теории общего вида:

$$L = \Sigma(\bar{\Gamma}_i^{(4)} + M_i^2 \Gamma_i^{(2)} + m_i \Gamma_i^{(3)} + g_i \Gamma_i^{(4)}), \qquad (1)$$

где вершины классифицированы по размерности : $\bar{\Gamma}_i^{(4)}$ – кинетические члены типа $\partial_\mu \phi \delta^\mu \phi$, $\bar{\psi}\gamma^\mu \partial_\mu \psi$, $\Gamma_i^{(2)}$ – массовые члены бозонных полей, $\Gamma_i^{(3)}$ – массовые члены фермионных полей и вершины типа ϕ^3, $\phi\partial\phi$, $\Gamma_i^{(4)}$ – вершины с безразмерными константами связи типа ϕ^4, $\bar{\psi}\psi\phi$, $\phi^2\partial\phi$. Справедливо следующее утверждение: можно найти функции $Z_i\,(g,\ \Lambda/\lambda)$, зависящие только от безразмерных параметров, а также от отношения параметра обрезания Λ к некоторому массовому параметру λ (точка нормировки), так что теория, описываемая (перенормированным) лагранжианом

$$L_R = \Sigma[\bar{Z}_i^{(4)} \bar{\Gamma}_i^{(4)} + (M_i^2 Z_{ij}^{(2)} + m_i m_k Z_{ikj}^{(2)} + \lambda^2 Z_j^{(2)})\Gamma_j^{(2)} + m_i Z_{ij}^{(3)} \Gamma_j^{(3)} + $$
$$+ g_i Z_{ij}^{(4)} \Gamma_j^{(4)}], \qquad (2)$$

является конечной. Параметры M_i , m_i , g_i и λ в (2) считаются конечными. Отметим, что физические массы не совпадают с M_i или m_i , но являются конечными функциями этих параметров. Доказательство этого утверждения[1] проводится с помощью обобщения схемы доказательства аналогичного утверждения для теорий без скалярных частиц, предложенного Вайнбергом [3] (но без аппеляции к безмассовой теории)

3. Рассмотрим теорию, иллюстрирующую общую схему, описанную в пункте 1.Лагранжиан имеет вид

$$L = L_{CC} + L_M . \qquad (3)$$

$L_{\text{с.с.}}$ описывает асимптотически свободную суперсимметричную и $SU(2)$ калибровочно-инвариантную теорию [1] в специальной калибровке:

$$L_{\text{c.c.}} = -\frac{1}{4} G^a_{\mu\nu} G^{a,\mu\nu} + \frac{1}{2} (\nabla^{ab}_\mu \tilde{\phi}_b)^2 + \frac{1}{2} (\nabla^{ab}_\mu \Lambda_b)^2 - \frac{g^2}{2} (\tilde{\phi}^2\Lambda^2 - (\tilde{\phi}\Lambda)^2) +$$
$$+ i\bar{\psi}^a \gamma^\mu \nabla^{ab}_\mu \psi^b + ig\epsilon^{abc}\bar{\psi}^b(\tilde{\phi}_a + i\gamma_5\Lambda_a)\psi^c - \partial^\mu C^{+a}\nabla^{ab}_\mu C^b ; \qquad (4)$$

$$G^a_{\mu\nu} = \partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu + g\epsilon^{abc} A^b_\mu A^c_\nu ; \quad \nabla^{ab}_\mu = \partial_\mu \delta^{ab} + g\epsilon^{acb} A^c_\mu ; \qquad (5)$$

A^a_μ, ψ^a , $\tilde{\phi}_a$, Λ_a – триплеты калибровочного, спинорного, скалярного и псевдоскалярного полей, калибровка $\partial^\mu A^a_\mu = 0$, C^a – триплет фиктивных фермиевских скаляров.

Массовые члены выбираются в виде

$$L_M = - M\bar{\psi}\psi - \frac{1}{2} m^2\Lambda^2 + \frac{1}{2} \mu^2\tilde{\phi}^2 \qquad (6)$$

---

[1] Это утверждение было также доказано другим способом Коллинзом Макфарланом [4].

L_M сохраняет калибровочную инвариантность, но нарушает суперсимметрию. Согласно пункту 2, теории (3) и (4) имеют одинаковые расходимости вершин и волновых функций, так что теория (3) (мультипликативно) перенормируема и асимптотически свободна, как и теория (4). Отметим, что теория (3) выглядит, как обычная теория Янга – Миллса в калибровке $\partial^\mu A_\mu^a = 0$.

Неправильный знак перед $\tilde{\phi}^2$ в (6) позволяет реализовать спонтанное нарушение симметрии. Введем новое поле ϕ_a:

$$\tilde{\phi}_a = \begin{pmatrix} \xi \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \phi_a, \qquad < 0 \mid \phi_a \mid 0 > = 0 , \tag{7}$$

и подставим это выражение в лагранжиан. Выпишем интересующие нас члены:

$$-\frac{1}{2} \partial_\mu \phi_a \partial^\mu \phi_a + \frac{1}{2} \mu^2 \phi^2 + \mu^2 \xi \phi_1 . \tag{8}$$

Остальные члены либо не содержат поля ϕ, либо более чем квадратичны по полям. Поле A_μ^1 остается безмассовым (фотон), а поля $A_\mu^{2,3}$ приобретают затравочную массу $M_0 = g\xi$. M_0 мы выберем в качестве независимого параметра вместо μ^2. Параметр μ^2 следует выбирать из условия $< 0 | \phi_a | 0 > = 0$. Рассмотрим это условие в нулевом приближении по g. Из (8) получаем:

$$\mu^2 \xi = \frac{\mu^2}{g} M_0 \Big|_{g=0} = 0, \tag{9}$$

откуда (при условии $\xi \neq 0$) следует, что μ^2 имеет вид

$$\mu^2 = g^2 a , \tag{10}$$

а линейный член по ϕ_a принимает форму

$$g a M_0 \phi_1 . \tag{11}$$

Совершенно ясно теперь, что в каждом порядке теории возмущений соответствующим (однозначным) выбором a условие $< 0 | \phi_1 | 0 >$ можно удовлетворить.

Далее следует проверить стабильность теории, т. е. установить знак квадрата массы у поля ϕ_1 (поля $\phi_{2,3}$ являются нефизическими, а у остальных полей масса нормальная). Вычисление во втором порядке по g дает (с учетом выражения для a, полученного из условия $<0|\phi_1|0> = 0$ в первом порядке по g):

$$\Pi(0) = \frac{4g^2}{(2\pi)^4} \int d^4p \left[\frac{2(M - M_0)^2}{(p^2 + (M - M_0)^2)^2} + \frac{2(M + M_0)^2}{(p^2 + (M + M_0)^2)^2} - \frac{3M_0^2}{(p^2 + M_0^2)^2} - \right.$$

$$-\frac{M_o^2}{(p^2+M_o^2+m^2)^2}-\frac{4M^2}{(p^2+(M-M_o)^2)(p^2+(M+M_o)^2)}\Bigg], \qquad (12)$$

где интеграл эвклидовский, а П определен следующим образом:

$$(S_{\phi_1}(q))^{-1} = -i(q^2-\Pi(q^2)), \quad q^2=q_o^2-q^2 \qquad (13)$$

Видно, что П(0) конечен (как этого и следовало ожидать на основании пункта 2). Кроме того, существует область значений параметров (например, $M_o >> M$, $m^2 > 12M^2$), когда П(0) положителен. Отметим, что в этом случае a отрицательно.

Таким образом, выбором параметров M_o, m и M можно обеспечить нормальную массу поля ϕ_1, т.е. стабильность теории. Отметим, что при $M=0$ теория всегда стабильна, а один из фермионов имеет массу ноль (нейтрино).

Если теорию (3) рассматривать только как калибровочную теорию, тогда можно перейти к калибровке $\phi_2=\phi_3=0$ (с соответствующей модификацией дополнительных вершин). В этой калибровке эффективный потенциал в приближении $\sim g^2$ (с учетом радиационных поправок) равен

$(i=2,3)$:

$$V=\frac{1}{2}\,\Pi(0)\phi_1^2+\frac{1}{2}(m^2+\delta m_1^2)\Lambda_1^2+\frac{1}{2}(m^2+M_o^2+\delta m_2^2)\Lambda_i^2+gM_o\phi_1\Lambda_i^2+$$
$$+\frac{g^2}{2}\phi_1^2\Lambda_i^2, \qquad (13)$$

где δm_1^2 и δm_2^2 – радиационные поправки $\sim g^2$ к массам Λ_a-полей. Нетрудно проверить, что при $\Pi(0)>0$ потенциал (13) имеет единственный минимум в точке $\phi_1=\Lambda_a=0$.

Авторы благодарят Е.С.Фрадкина за полезные обсуждения.

Физический институт
им. П.Н.Лебедева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
29 января 1975 г.

Литература

[1] A.Salam, J.Strathdee. ICTP, preprint IC/74/42.

[2] Ю.А.Гольфанд. Е.П.Лихтман, Письма в ЖЭТФ, **13**, 452, 1971; "Проблемы теоретической физики", сб. памяти И.Е.Тамма, М., 1972, стр.39; J.Wess, B.Zumino. Nucl. Phys., **B70**, 39, 1974; Phys. Rev. Lett., **49B**, 52, 1974.

[3] S.Weinberg. Phys. Rev. D, **8**, 3497, 1973.

[4] J.C.Collins, A.J.Macfarlane. Phys. Rev. D, **10**, 1201, 1974.